DATABASE QUIZ Facoltà di Farmacia
Domande di Matematica

76 C16 La grandezza Q è proporzionale alla grandezza P (cioè: $Q = K * P$). Supponiamo: $P = 4,5$ $Q = 18$.
Qual è il valore della costante di proporzionalità K?

$Q = k \cdot P$ $Q = 18$ $P = 4.5$ $K = \frac{Q}{P} = \frac{18}{4.5} = \frac{180}{45} = 4$

(risposta corretta: C)

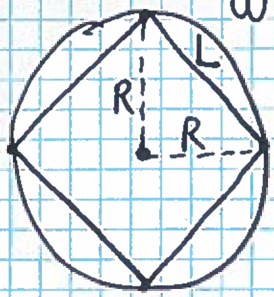
76 C17 Il logaritmo L in base 10 di 12.345,6 è:

(A) $L = 1 - \log_{10}(123.456)$
(B) $L = 2 - \log_{10}(12.345,6)$
(C) $L = -2 + \log_{10}(123.456)$
(D) $L = -1 + \log_{10}(123.456)$
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

Innanzi tutto osserviamo che la risposta (B) è da escludere: infatti, ponendo $L = \log_{10}(12.345,6)$, si avrebbe
$L = 2 - L$ $2L = 2$ $L = 1 = \log_{10}(10) \neq \log_{10}(12.345,6)$.

Valutiamo adesso la quantità $\log_{10}(123.456)$. Si ha:
$\log_{10}(123.456) = \log_{10}(10 \cdot 12.345,6) = \ldots^{(*)}$
[Teniamo conto che, se $a > 0, b > 0$, per una delle principali proprietà dei logaritmi si ha $\log_{10}(a \cdot b) = \log_{10} a + \log_{10} b$]
$\ldots^{(*)} = \log_{10} 10 + \log_{10}(12.345,6) = 1 + L$, da cui
$L = -1 + \log_{10}(123.456)$. La risposta corretta è quindi (D).

76 C 21 Un quadrato di lato L è inscritto in una circonferenza di raggio R. Quale relazione lega R a L?



Dalla figura, applicando il teorema di Pitagora, si ottiene $2R^2 = L^2$, da cui $L = \sqrt{2} \cdot R = 2^{\frac{1}{2}} \cdot R$. La risposta corretta è quindi la (B).

76 C 23 Relativamente alla soluzione dell'equazione algebrica di primo grado $Ax - B = 0$ quale delle seguenti affermazioni è CORRETTA?

(A) Se A è diverso da zero, l'equazione ha un'unica soluzione $x = \frac{B}{A}$

(B) L'equazione non ha soluzioni reali se $A<0, B<0$

(C) L'equazione non ha soluzioni reali se $A>0, B=0$

(D) L'equazione ha soluzioni reali solo se $A>0, B>0$

(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

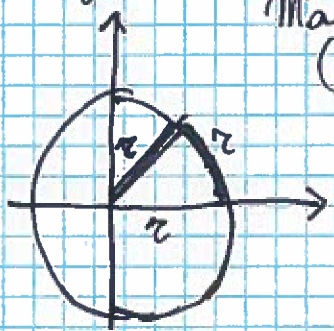
$Ax - B = 0$ se e solo se $Ax = B$. Se $A \neq 0$, allora $x = \frac{B}{A}$ e abbiamo risolto l'equazione. Notiamo che x, se $A \neq 0$, è sempre un numero REALE. Pertanto, la risposta (A) è quella corretta, e le altre sono da escludere.

76 C 26 Se il volume di un cubo è pari a $10^{-9}\, m^3$, quanto vale in metri il lato del cubo?

Il lato del cubo misura, in metri, $\sqrt[3]{10^{-9}} = (10^{-9})^{\frac{1}{3}} =$
$= 10^{-\frac{9}{3}} = 10^{-3} = \frac{1}{1000}$, e quindi (A) è la risposta esatta (nello scrivere $(10^{-9})^{1/3} = 10^{-\frac{9}{3}}$, abbiamo usato una proprietà fondamentale delle potenze).

76C28 Quanto vale in gradi sessagesimali un angolo la cui misura in radianti è $\frac{4}{3}\pi$?

Il numero π esprime la lunghezza di una semicirconferenza di raggio 1. Un radiante è quell' angolo che, sulla circonferenza goniometrica, cioè sulla circonferenza di centro l' origine e di raggio 1, corrisponde a un arco la cui lunghezza è uguale a 1 (in generale, la cui lunghezza è uguale al raggio della circonferenza considerata).



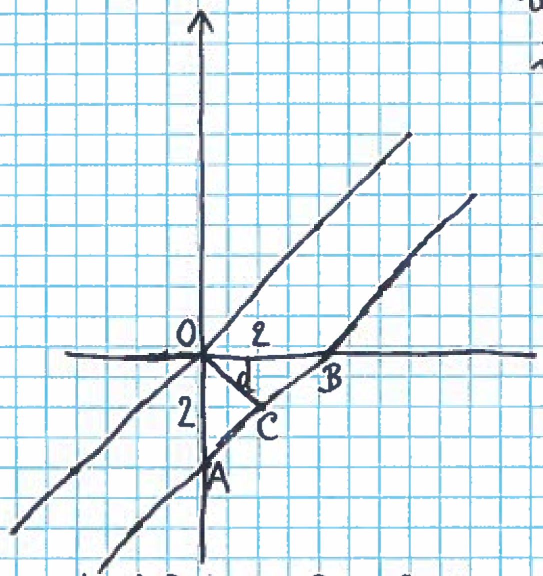
Ma la lunghezza della circonferenza di (centro l' origine) e raggio r (vedi figura) è $2\pi r$. Quindi 2π esprime, in radianti, la lunghezza dell' angolo giro (360°). Agendo "in proporzione", a π radianti corrisponde l' angolo piatto (180°), a $\frac{\pi}{2}$ radianti corrisponde l' angolo retto (90°). Quindi, se a è un qualunque numero reale, all' angolo a in radianti corrisponde l' angolo $180 \cdot \frac{a}{\pi}$ in gradi sessagesimali. Quindi all' angolo di $\frac{4}{3}\pi$ radianti corrisponde $\frac{4}{3} \cdot \cancel{\pi} \cdot \frac{180}{\cancel{\pi}} = 240$ gradi sessagesimali.

76C31 Aggiungendo al numero S la sua metà si ottiene il numero T. Quale percentuale di S è T?

Si ha: $T = S + \frac{S}{2} = \frac{3}{2}S = \frac{150}{100}S$ Quindi T è il 150% di S (in realtà, detto in modo semplice, la scrittura k% significa $\frac{k}{100}$ e non $k \cdot 100$). La risposta giusta è quindi (D).

76C32 Sono date le rette parallele di equazioni, in un riferimento cartesiano ortogonale, $x-y=0$ ed $x-y-2=0$. Qual è la distanza fra esse?

Le equazioni delle due rette si possono indicare anche con $y=x$ ed $y=x-2$. La distanza tra le due rette è espressa dal segmento d in figura.



Osserviamo che il triangolo OAB è rettangolo isoscele, e quindi l'angolo $O\hat{A}C$ misura $45°$. Poiché l'angolo $O\hat{C}A$ misura $90°$ e la somma degli angoli (interni) di un qualsiasi triangolo è $180°$, allora anche l'angolo $A\hat{O}C$ misura $45°$. Pertanto il triangolo OAC è rettangolo isoscele, e la lunghezza del segmento AC è d. Per il teorema di Pitagora, si ha $2d^2 = 2^2 = 4$, quindi $d^2 = 2$, da cui $d = \sqrt{2}$. La risposta corretta è quindi (B).

76C33 Qual è la soluzione dell'equazione $\log_{10} x - \log_{10} 2 = 2$?

Si ha: $\log_{10} x - \log_{10} 2 = 2$ se e solo se $\log_{10} x = 2 + \log_{10} 2$. Quindi, essendo il logaritmo in base 10 l'operazione inversa di $t \mapsto 10^t$, si ottiene: $x = 10^{2+\log_{10} 2} = 10^2 \cdot 10^{\log_{10} 2} = 100 \cdot 2 = 200$ (abbiamo usato una proprietà fondamentale delle potenze: dove ha senso, $a^{b+c} = a^b \cdot a^c$). La risposta esatta è quindi (C).

76C36 Ad un concorso 8 candidati furono ammessi alle prove orali, l'80% fu eliminato allo scritto. Quanti erano i candidati?

Indichiamo con x il numero dei candidati. I candidati ammessi all'orale furono il 20%. Tenendo conto che, sostanzialmente, $k\% = \frac{k}{100}$, si ottiene

$$x \cdot \frac{20}{100} = 8, \quad \text{da cui } x = 8 \cdot \frac{100}{20} = 8 \cdot 5 = 40.$$

La risposta corretta è quindi (C).

76C40 Se $4x+1=9$, quanto vale $8x+1$?

Se $4x+1=9$, allora $4x=9-1=8$, quindi $x=2$. Si ha allora: $8x+1=8\cdot 2+1=17$. La risposta esatta è (C).

76C41 Se l'equazione $x^2-6x+k=0$ ha una radice uguale a 4, quanto vale l'altra?

Si ha $4^2-6\cdot 4+k=0$, cioè $16-24+k=0$, $-8+k=0$, e quindi $k=8$. Risolviamo l'equazione $x^2-6x+8=0$

$$x = \frac{6\pm\sqrt{36-32}}{2} = \frac{6\pm 2}{2} \begin{array}{l} \nearrow 4 \\ \searrow 2 \end{array}$$

Quindi l'altra radice vale 2. La risposta corretta è (D)

76C42 Considerata l'equazione trigonometrica $\sin x - 2\cos^2 x + 2 = 0$, quale dei seguenti angoli espressi in gradi è una radice?

Utilizziamo l'identità fondamentale $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$, cioè $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$. Sostituendo questa espressione nell'equazione data $\sin x - 2\cos^2 x + 2 = 0$, si ottiene $\sin x - 2(1-\sin^2 x)+2=0$, cioè $\sin x - 2 + 2\sin^2 x + 2 = 0$, da cui $\sin x + 2\sin^2 x = 0$, cioè $\sin x \cdot (1+2\sin x)=0$. Dunque, $\sin x = 0$ oppure $1+2\sin x=0$, cioè $2\sin x = -1$, ossia $\sin x = -\frac{1}{2}$. Si ha: $\sin 30° = \frac{1}{2}$, $\sin 90° = 1$, $\sin 150° = \frac{1}{2}$, $\sin 180° = 0$. La risposta giusta è quindi (D) (180°). Per vedere che $\sin 30° = \sin 150° = \frac{1}{2}$, v. anche quesito 77C358.

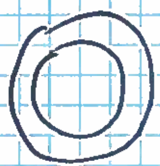
76 C43 Quanti numeri razionali sono compresi fra 1/4 e 1/3?

(A) nessuno
(B) uno
(C) due
(D) dodici
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

La risposta è : infiniti! Tra due qualsiasi numeri reali diversi ci sono infiniti numeri razionali e infiniti numeri irrazionali. Quindi la risposta esatta è (E).

76 C46 Dato un riferimento cartesiano ortogonale, come sono fra loro la circonferenza di centro $C=(2;-2)$ e raggio uguale a 5 e la circonferenza di centro $C'=(2;-2)$ e raggio uguale a 4?

Sono due circonferenze che hanno LO STESSO CENTRO e raggi diversi, quindi sono una interna all'altra.
La risposta esatta è dunque (A).



76 C48 Quanto vale l'inverso del numero $\sqrt{5}+2$?

TRUCCO: Moltiplichiamo numeratore e denominatore per $\sqrt{5}-2$ e applichiamo la formula $(a+b)\cdot(a-b)=a^2-b^2$ (nel nostro caso $(\sqrt{5}+2)\cdot(\sqrt{5}-2)=5-4=1$). Si ottiene:

$$\frac{1}{\sqrt{5}+2}=\frac{\sqrt{5}-2}{(\sqrt{5}+2)\cdot(\sqrt{5}-2)}=\frac{\sqrt{5}-2}{1}=\sqrt{5}-2.$$

La risposta esatta è quindi (A).

76 C 49 Quale delle seguenti affermazioni è esatta?

(A) $1/2 = 1/3$
(B) $2/3 > 2$
(C) $7/9 < 8/9$
(D) $1/4 > 1/2$
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

(A) ovviamente è falsa. $2/3$ è più piccolo di 1 e a maggior ragione più piccolo di 2. $7<8$ e quindi $7/9<8/9$. 4 è più grande di 2, e quindi $1/4$ è più piccolo di $1/2$.
La risposta esatta è quindi (C).

76 C 50 Se il raggio di un cilindro viene raddoppiato mentre la sua altezza viene dimezzata, il suo volume viene ....?

Il volume del cilindro si esprime come $V=\pi r^2 h$, ove r è la lunghezza del raggio, ed h è l'altezza.
Se $R=2r$ ed $H=\frac{h}{2}$, il volume del nuovo cilindro sarà
$V=\pi R^2 \cdot H = \pi \cdot (2r)^2 \cdot \frac{h}{2} = 4\pi r^2 \cdot \frac{h}{2} = 2\pi r^2 h$. Quindi il volume viene raddoppiato, e la risposta esatta è (B).

76 C 52 L'area di un quadrato misura $10^{-2}\,m^2$. Quanto misura il lato?

La misura del lato, <u>in metri</u>, sarà $\sqrt{10^{-2}} = (10^{-2})^{\frac{1}{2}} = 10^{-\frac{2}{2}} = 10^{-1} = \frac{1}{10}$ (Abbiamo usato la proprietà $(10^a)^b = 10^{a\cdot b}$). Poiché $1\ m = 100\ cm$, allora $\frac{1}{10}\ m = \frac{100}{10}\ cm = 10\ cm$. Quindi la risposta esatta è (A).

76 C 54 A quanto è uguale $\log_{10} 10^{100}$?

Notiamo che $t \mapsto 10^t$ e $w \mapsto \log_{10} w$ sono operazioni inverse, cioè $\log_{10}(10^t) = t$ per ogni numero reale t. Cioè: se si parte da t, si fa 10^t, e poi di questa quantità se ne fa il logaritmo in base 10, allora il risultato che viene è t, cioè si ritorna al numero t. Nel nostro caso $t=100$, e dunque la risposta esatta è (C).

76 C55
A cosa è uguale la somma $5+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$?

Il minimo comun denominatore è 6. Si ha: $5=\frac{30}{6}$, $\frac{1}{2}=\frac{3}{6}$, $\frac{1}{3}=\frac{2}{6}$, e quindi $5+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{30}{6}+\frac{3}{6}+\frac{2}{6}=\frac{35}{6}$.
La risposta esatta è quindi (D).

76 C57 A cosa equivale $\log_2 7+\log_2 3$?
Se a e b sono due numeri reali positivi, si ha $\log_2(ab)=\log_2 a+\log_2 b$, quindi $\log_2 7+\log_2 3=\log_2 21$.
La risposta giusta è (C).

76 C59 Se $a\neq 0$, qual è la soluzione dell'equazione
$ax+2b+c=0$?
Si ha: $ax=-2b-c$, e quindi $x=\frac{-2b-c}{a}=-\frac{(2b+c)}{a}$.
La risposta corretta è quindi (A).

76 C 61 A quanto è uguale $(2ab-b^2-a^2)\cdot(b-a)$?
Si ha: $(2ab-b^2-a^2)\cdot(b-a)=-(b^2+a^2-2ab)\cdot(b-a)=$
$=-(b-a)^2\cdot(b-a)=-(b-a)^3=(a-b)^3$. La risposta esatta è dunque (A). Si può fare anche così:
$(2ab-b^2-a^2)\cdot(b-a)=2ab^2-b^3-a^2b-2a^2b+ab^2+a^3=$
$=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3=(a-b)^3$.

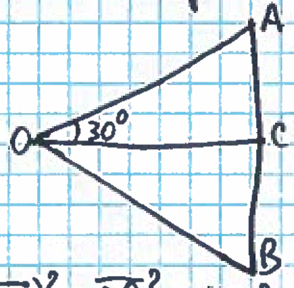
76 C 62. Siano a, x ed y numeri reali positivi. A quanto è uguale
$L=\log_{10}2+\log_{10}a-\log_{10}x-\log_{10}y$?
Visto che "il logaritmo di un prodotto è uguale alla somma dei logaritmi" e "il logaritmo di un quoziente è uguale alla differenza dei logaritmi", si ha: $L=\log_{10}\left(\frac{2a}{xy}\right)$.
La risposta esatta è quindi (C).

76 C63. Quant'è il volume di un cubo avente lato di 5 cm?
Viene $5 \times 5 \times 5$ cm^3, cioè 125 cm^3. Osserviamo che 1 cm $= 10$ mm, quindi 1 cm$^3 = 1000$ mm$^3 = 10^3$ mm^3. Pertanto il volume è $125 \cdot 10^3$ mm^3, quindi la risposta esatta è (C). Tra l'altro si osservi che, 1.45 non c'entra niente con 125. Inoltre 1 cm $= 0{,}01$ m $= 10^{-2}$ m, e quindi 1 cm$^3 = 0{,}000001$ m$^3 = 10^{-6}$ m^3.

76 C64 La differenza $\log 20 - \log 5$ vale....
... $\log\left(\frac{20}{5}\right) = \log 4$, perché "il logaritmo di un quoziente è uguale alla differenza dei logaritmi", dove ha senso. La risposta esatta è quindi (A).

76 C65 Tangente di $\frac{\pi}{6}$ (radianti) vale
(A) 1/2
(B) 2/3
(C) $2\sqrt{4}$
(D) $2/\pi$
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

All'angolo di $\frac{\pi}{6}$ radianti corrispondono $\frac{180}{\pi} \cdot \frac{\pi}{6} = 30$ gradi sessagesimali (vedi quesito 76 C 28). La tangente di $30°$ è $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$, e quindi nessuno dei 4 valori indicati nelle risposte (A), (B), (C), (D). Quindi la risposta giusta è (E).



Dimostriamo ora che la tangente t di $30°$ è $\frac{\sqrt{3}}{3}$. Si ha: $t = \frac{AC}{OC}$. Il triangolo OAB è equilatero, quindi la lunghezza del segmento AC è la metà di quella del segmento OA. Dal teorema di Pitagora sappiamo che $\overline{OA}^2 = \overline{OC}^2 + \overline{AC}^2$, cioè $(2\overline{AC})^2 = \overline{OC}^2 + \overline{AC}^2$, $4\overline{AC}^2 = \overline{OC}^2 + \overline{AC}^2$, $3\overline{AC}^2 = \overline{OC}^2$, $\frac{\overline{AC}^2}{\overline{OC}^2} = \frac{1}{3}$, e quindi $t = \sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{(\sqrt{3})^2} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

76 C 68: Quanto vale $\frac{7}{4}\pi$? A questo angolo corrispondono $\frac{180}{\pi} \cdot \frac{7}{4}\pi = 45 \cdot 7 = 315$ gradi sessagesimali, quindi la risposta corretta è (A).

76C69 Il $\log_5 \sqrt[7]{25}$, quanto vale?

Si ha: $\log_5 \sqrt[7]{25} = \log_5 25^{\frac{1}{7}} = \log_5 ((5^2)^{\frac{1}{7}}) =$
$= \log_5 (5^{\frac{2}{7}}) = \frac{2}{7}$ Risposta corretta: (C).

Abbiamo usato la propietà delle potenze $a^{bc} = (a^b)^c$ (dove ha senso) quando abbiamo detto che $(5^2)^{\frac{1}{7}} = 5^{\frac{2}{7}}$.
Abbiamo usato anche il fatto che $t \mapsto 5^t$ e $w \mapsto \log_5 w$ sono funzioni inverse, cioè: se si parte da un qualsiasi numero reale s, si fa 5^s e poi di questo se ne fa il logaritmo in base 5, alla fine si ritorna al valore di partenza s.
Quindi $\log_5 (5^s) = s$. Nel nostro caso, $s = \frac{2}{7}$, e quindi $\log_5 (5^{\frac{2}{7}}) = \frac{2}{7}$.

76C76 A cos'è uguale $10^{\log_{10} 10^2}$?
Vale un discorso analogo a quello del quesito precedente: se partiamo da 10^2, facciamo $\log_{10}$, e poi facciamo $t \mapsto 10^t$, ritorniamo al punto di partenza ($10^2 = 100$).
Pertanto $10^{\log_{10} 10^2} = 100$, e quindi la risposta esatta è (A).

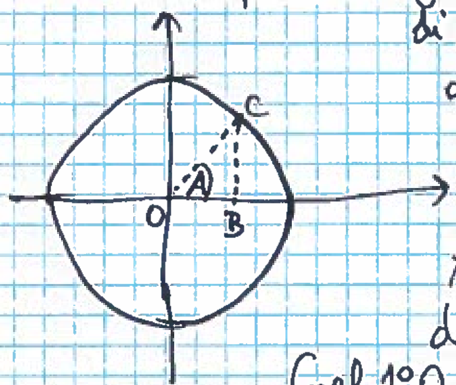
76C77 A che cosa è uguale $8^{\frac{2}{3}}$? Si ha:
$8^{\frac{2}{3}} = (2^3)^{\frac{2}{3}} = 2^{3 \cdot \frac{2}{3}} = 2^2 = 4$ (abbiamo utilizzato la proprietà $(a^b)^c = a^{b \cdot c}$, dove ha senso...)
Pertanto la risposta esatta è (C).

76 C 78 Quali dei seguenti valori di A è una soluzione dell'equazione $\sin A = \cos A$?

(A) $60°$
(B) $0°$
(C) $90°$
(D) $45°$
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta.

Notiamo che $\sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\cos 60° = \frac{1}{2}$
$\sin 0° = 0$ $\cos 0° = 1$ $\sin 90° = 1$ $\cos 90° = 0$ $\sin 45° = \cos 45° = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$.
La risposta esatta è quindi (D).

Osserviamo che, se si considerano il 1° Quadrante e la circonferenza goniometrica, per avere che il seno di A sia uguale al coseno di A, si deve avere che OB e BC devono avere la stessa lunghezza (se $\overline{OC} = 1$, allora $\sin A = \overline{BC}$, $\cos A = \overline{OB}$). In tal caso, il triangolo rettangolo OBC dev'essere anche isoscele, e questo (nel 1° Quadrante) è possibile se e solo se gli angoli $C\hat{O}B$ (cioè A) e $O\hat{C}B$ sono di $45°$. La risposta esatta è (D), cioè $\sin 45° = \cos 45°$.



76 C 80 Due poligoni si dicono simili se ...
... i lati sono in proporzione e gli angoli sono uguali.
Quindi la risposta corretta è (C)

76 C 84 La circonferenza è il luogo geometrico dei punti di un piano, equidistanti da un punto fisso, detto centro (che NON risulterà essere esterno alla circonferenza stessa, ovviamente). La risposta giusta è quindi (D).

76 C85 Se la base di un triangolo è moltiplicata per 4 e l'altezza è divisa per 2, com'è l'area del nuovo triangolo?

La formula dell'area del triangolo è $A=\frac{bh}{2}$, ove b è la base ed h è l'altezza. Indichiamo con B la base e con H l'altezza del nuovo triangolo. Si ha: $B=4b$, $H=\frac{h}{2}$. L'area del nuovo triangolo è $\frac{BH}{2}=4b\cdot\frac{h}{2}\cdot\frac{1}{2}=bh=2\left(\frac{bh}{2}\right)=2A$, cioè il doppio dell'area precedente. Quindi la risposta giusta è (B)

76 C87 $x^2+y^2-1-2xy$ è riducibile a

(A) $(x-y)\cdot(x+y)-1$
(B) $(x-y-1)\cdot(x-y+1)$
(C) $(x-y)^2+1$
(D) $(x-y-1)\cdot(x+y+1)$
(E) questo senza soluzione univoca o corretta

TRUCCO: Notiamo che $(x-y)^2=x^2+y^2-2xy$. Quindi
$x^2+y^2-1-2xy=(x-y)^2-1=(x-y-1)(x-y+1)$.
Quest'ultimo passaggio viene dall'identità
$(a+b)\cdot(a-b)=a^2-b^2$, applicata con $a=x-y$, $b=1$, in quanto $a^2=x^2+y^2-2xy$. Quindi (B) è la risposta giusta.
Se uno non vede subito questo trucco, può sempre fare la prova e verificare quale valore di quelli dati in (A), (B), (C) e (D) è uguale a $x^2+y^2-1-2xy$.
(A): si ha: $(x-y)(x+y)-1=x^2-y^2-1$
(B): già verificato prima
(C): $(x-y)^2+1=x^2+y^2-2xy+1$
(D): $(x-y-1)\cdot(x+y+1)=x^2+(y+1)^2=x^2+y^2+2y+1$
(trucco: $(a-b)(a+b)=a^2-b^2$, con $a=x$, $b=y+1$)
L'espressione $x^2+y^2-1-2xy$ la si ottiene solo nel caso (B), come volevasi dimostrare.

76C88 Quale espressione è corretta? (per ogni $a \in \mathbb{R}$)

(A) $\sin a + \cos a = 1$
(B) $\sin^2 a = 1 - \cos a$
(C) $\sin^2 a = 1 - \cos^2 a$
(D) $tg\ a = \cos a / \sin a$
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

La (C), perché in virtù dell'identità fondamentale si ha $\sin^2 a = 1 - \cos^2 a$ (perché $\sin^2 a + \cos^2 a = 1$)

76C89 Quanto vale $\ell = \log_{10} \sqrt{10^{-8}}$?

(A) -0.8
(B) 0.4
(C) 8
(D) -6
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

Si ha: $\log_{10} \sqrt{10^{-8}} = \log_{10} (10^{-8})^{\frac{1}{2}} \overset{(*)}{=}$
[Dove ha senso, $(a^b)^c = a^{bc}$] $\overset{(*)}{=} \log_{10} 10^{-8 \cdot \frac{1}{2}} =$
$= \log_{10} (10^{-4}) = -4$ (vedi anche quesiti 76C69 e 76C76) (proprietà della funzione inversa)

76C91 Calcolare la x in $\log_{25} x = -\frac{1}{2}$

Si ha: $x = 25^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{25^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{25}} = \frac{1}{5} = 0.2$

77C2 Com'è il rapporto fra il valore dell'area del cerchio e la lunghezza della circonferenza?

Se r è il raggio del cerchio, allora l'area del cerchio è πr^2, mentre la lunghezza della circonferenza è $2\pi r$.
Il loro rapporto è $\frac{\pi r^2}{2\pi r} = \frac{r}{2}$, quindi direttamente proporzionale al raggio. La risposta giusta è quindi (C).

77 C5 Un triangolo rettangolo ruotando attorno a un cateto genera una figura solida. Quale?

Un cono (vedi figura)

77 C8 Se sul prezzo di un oggetto si pratica uno sconto del 30 %, e quindi sul nuovo prezzo così ottenuto si applica un nuovo sconto del 20 %, quanto vale in % lo sconto (cioè la riduzione percentuale) totale sul prezzo iniziale?

Indichiamo con p il prezzo originale dell'oggetto. Dopo il primo sconto, il prezzo nuovo è diventato il 70 % di quello originale, cioè $\frac{70}{100}p$ (ricordiamo che $k\% = \frac{k}{100}$, detto semplicemente).

Con il nuovo sconto del 20 %, il prezzo definitivo è

$$\frac{70}{100}\cdot\frac{80}{100}p = \frac{5600}{10000}p = \frac{56}{100}p$$

Pertanto lo sconto che è stato effettivamente fatto è del $(100-56)\% = 44\%$. La risposta giusta è (B).

77 C13 Quanto vale il logaritmo del numero 0,0001 in base 100?

Si ha: $0{,}0001 = \frac{1}{10000} = \frac{1}{10^4} = \frac{1}{100^2} = 100^{-2}$

e pertanto il logaritmo di 0,0001 in base 100 è -2.

La risposta corretta è quindi (C).

77 C19 Centomila moltiplicato per un millesimo è uguale a

$$100\,000 \cdot 0{,}001 = \frac{100\,000}{1000} = 100$$

La risposta corretta è (A).

77 C35 Data l'equazione $5\log x = \log 32$, a quanto è uguale x?

Notiamo che, per le proprietà fondamentali dei logaritmi, si ha $5\log x = \log(x^5)$. Quindi $\log(x^5) = \log 32$, da cui $x^5 = 32$. Pertanto $x = 2$. La risposta esatta è quindi (B).

77 C37 Quale delle seguenti disuguaglianze è VERA?

(A) $10 \cdot 100 < 10 \cdot 010$

(B) $10 - 100 < 100 - 10$

(C) $-10.100 < -10.010$

(D) $-10.100 < 10.010$

(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

(A) è evidentemente falsa (B) vuol dire: $-90 < 90$, quindi (B) è vera

(C) $-10.100 < 10.010$ se e solo se $10.100 > 10.010$ e quindi (C) è falsa (D) è vera, perché ovviamente un numero negativo è $<$ di un numero positivo

77 C47. Il 4% del 20% di un numero è 1. Qual è il numero?

Teniamo conto del fatto che, detto in modo semplice, $k\% = \frac{k}{100}$. Indichiamo con x il numero da trovare. Si ha:

$$\frac{4}{100} \cdot \frac{20}{100} \cdot x = 1, \text{ da cui } x = \frac{100 \cdot 100}{4 \cdot 20} =$$
$$= \frac{10000}{80} = \frac{1000}{8} = 125$$

77 C58 Risolvere l'equazione $6x^2 = -36$

Questa equazione è impossibile, in quanto al 1° membro c'è un numero positivo o nullo, mentre al secondo membro c'è un numero negativo. Dunque la risposta giusta è (B) (l'equazione non ammette soluzioni nel campo reale).

77C67 Indicare il valore corretto di x nella seguente equazione: $ex = 5$ (con $e \simeq 2{,}718\ldots$ base dei logaritmi naturali o neperiani)

Si ha: $x = \dfrac{5}{e}$, quindi la risposta esatta è (B).
L'unica cosa è che non bisogna lasciarsi ingannare: il testo dice $e \cdot x = 5$ e <u>non</u> $e^x = 5$, e quindi x NON È UGUALE A $\log_e 5$.

77C71 A che cosa è uguale l'espressione $Y = k(a-b)$?

Applicando la propietà distributiva, è uguale a $Y = ka - kb$. La risposta giusta è quindi (B).

77C93 Il prezzo p di una merce aumenta di 1/3 di p, il nuovo prezzo p' diminuisce poi di 1/4 di p'. Se q è il prezzo finale, che cosa si può dire?

Si ha: $p' = \left(1 + \dfrac{1}{3}\right) p = \dfrac{4}{3} p$

$$q = \left(1 - \frac{1}{4}\right) p' = \frac{3}{4} p' = \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{3} p = p.$$

Quindi $q = p$. La risposta esatta è dunque (A).

77C94 Se l'equazione $2x^2 + Kx - 4 = 0$ ha una radice uguale a 2, quanto vale l'altra?

Si ha $x = \dfrac{-K \pm \sqrt{K^2+32}}{4}$. Se una radice è uguale a 2, si deve avere $2 = \dfrac{-k \pm \sqrt{K^2+32}}{4}$, cioè $8 = -k \pm \sqrt{k^2+32}$, quindi $8 + k = \pm\sqrt{k^2+32}$. 1° caso: $8 + k = \sqrt{k^2+32}$, da cui $(8+k)^2 = k^2+32$

$\cancel{k^2} + 16k + 64 = \cancel{k^2} + 32 \quad 16k = -32 \quad K = -2$

2° caso: $(8+k)^2 = -(k^2+32) \quad k^2 + 16k + 64 = -k^2 - 32 \quad 2k^2 + 16K + 96 = 0$

$k^2 + 8k + 48 = 0$ non fornisce nessun valore di k: considerandola come equazione di secondo grado in k, si ha che il discriminante Δ è $64 - 192 = -128 < 0$, e quindi non è soddisfatta da nessun k reale.
In corrispondenza a $k = -2$, l'equazione diventa $2x^2 - 2x - 4 = 0$, cioè $x^2 - x - 2 = 0$ $x = \dfrac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2} = \dfrac{1 \pm 3}{2} = \begin{matrix} \nearrow 2 \\ \searrow -1 \end{matrix}$. L'altra radice è −1, e quindi (D) è la risposta esatta.

77 C 98 Quante radici reali positive ha l'equazione $x^4+x^2-2=0$?

Si tratta di un'equazione biquadratica.
Poniamo $y=x^2$ e studiamo l'equazione $y^2+y-2=0$. Quest'equazione ha una radice reale positiva y_1 e una radice reale negativa y_2: infatti il trinomio y^2+y-2 presenta una "variazione" (= cambiamento del segno dei coefficienti: da 1 a −2, quando scriviamo $+y-2$) e una "permanenza" (= mantenimento del segno dei coefficienti: da 1 a 1, quando scriviamo y^2+y). Dalla teoria delle equazioni di secondo grado è noto che a una variazione corrisponde una radice reale positiva, mentre a una permanenza corrisponde una radice reale negativa. Inoltre il fatto che il segno del termine noto sia opposto a quello del coefficiente di y^2 ci garantisce che le due radici sono effettivamente reali, in quanto $-4ac>0$, e a maggior ragione $b^2-4ac>0$.
Essendo y_1 una radice reale positiva di $y^2+y-2=0$, allora $\sqrt{y_1}$ e $-\sqrt{y_1}$ sono radici reali, una positiva e l'altra negativa, dell'equazione di partenza, la quale non ha altre radici reali, in quanto $y_2<0$ e non esiste la radice quadrata di y_2 (nel campo dei numeri reali). Pertanto l'equazione data ha una sola radice reale positiva. La risposta giusta è quindi (B).

Dimostriamo ora che, nelle equazioni di secondo grado, a una variazione corrisponde una radice reale positiva e a una permanenza corrisponde una radice reale negativa.
Un'equazione di secondo grado si esprime nella forma $(x-x_1)\cdot(x-x_2)=0$, se ha due radici reali, cioè $x^2-(x_1+x_2)x+x_1x_2=0$.
Se le radici sono entrambe positive, allora il coefficiente del termine contenente x è negativo, mentre il termine noto è positivo, e quindi la successione dei segni dei coefficienti

è: + − + (cioè due variazioni)

Se le radici sono entrambe negative, allora $x_1 x_2$ è positivo, ed anche $-(x_1+x_2)$ è positivo, e la successione dei coefficienti corrispondenti è: + + + (cioè due permanenze).

Se una radice è positiva e l'altra è negativa, allora $x_1 x_2$ è negativo, e quindi i casi che si possono presentare sono + + − oppure + − −. Nel caso + + − si ha che $-(x_1+x_2)$ è positivo, cioè x_1+x_2 è negativo, e pertanto la radice negativa è quella che ha valore assoluto maggiore. Nel caso + − − si ha che $-(x_1+x_2)$ è negativo, cioè x_1+x_2 è positivo, e quindi la radice positiva è quella che ha valore assoluto maggiore. Notiamo che nel caso + + − la permanenza viene prima della variazione, mentre nel caso + − − la variazione viene prima della permanenza.

Quindi: se la variazione viene prima, allora la radice positiva è quella che ha valore assoluto maggiore; se invece la permanenza viene prima, allora la radice negativa è quella che ha valore assoluto maggiore.

Inoltre, se la successione dei coefficienti associati a una generica equazione di secondo grado si presenta nella forma + + − oppure + − −, siamo sicuri di avere effettivamente due radici <u>reali</u>, in quanto il discriminante è sicuramente positivo; infatti a e c hanno segno opposto, quindi $-4ac$ è positivo e a maggior ragione il discriminante $\Delta = b^2-4ac$ è positivo.

Se invece la successione dei coefficienti si presenta nella forma + + + oppure + − +, può succedere anche che il trinomio non presenta radici reali: questo è il caso, per esempio, di $x^2+4x+13$ e di $x^2-4x+13$, in cui $\Delta = 16-52 = -36 < 0$.

77 C 118 Di due coni circolari retti C e C_1 l'altezza h di C è doppia di quella h_1 di C_1 e il raggio r della base di C è la metà di quello (r_1) della base di C_1. Cosa si può dire dei loro rispettivi volumi V e V_1?

Si ha: $V_1 = \frac{1}{3}\pi r_1^2 h_1$ (formula del volume del cono), e quindi

$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \frac{r_1^2}{4} \cdot 2h_1$ (in quanto $r = \frac{r_1}{2}$ ed $h = 2h_1$) $=$

$= \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}\pi r_1^2 h_1 = \frac{1}{2}V_1$ Quindi $V = \frac{1}{2}V_1$, e la risposta esatta è (D).

77 C 122 Per qualsiasi valore di un numero intero n, quale dei risultati delle seguenti espressioni è un numero intero dispari: I) $2n+1$ II) $2n+4$ III) $2n-3$

(A) solo la I e la III

(B) solo la II

(C) solo la III

(D) solo la I e la II

(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

Naturalmente, $2n+1$ e $2n-3$ sono sempre dispari, e quindi la risposta esatta è (A)

77C128 La radice cubica di 64 è uguale a

(A) 8

(B) 4

(C) 16

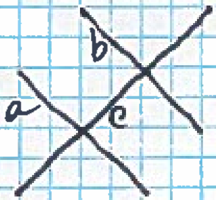
(D) 12

(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

Si ha: $64 = 2^6$; $\sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{2^6} = (2^6)^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{6}{3}} = 2^2 = 4$

per una nota proprietà delle potenze $(2^a)^b = 2^{a\cdot b}$

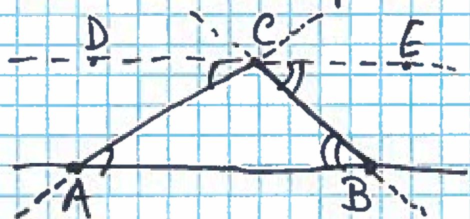
77 C 129 Due rette a, b perpendicolari ad una stessa retta c sono ......



... parallele, come si vede dalla figura. La risposta esatta è (C).

77 C 130 A quanto è uguale la somma algebrica degli angoli interni di un triangolo?

180°: la risposta esatta è (B). Dimostriamolo.

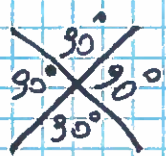


Nella figura, l'angolo $C\hat{A}B$ è uguale all'angolo $D\hat{C}A$, in quanto sono angoli alterni interni relativamente alle rette parallele DE ed AB tagliate dalla trasversale AC. Inoltre, l'angolo $A\hat{B}C$ è uguale all'angolo $E\hat{C}B$, in quanto sono angoli alterni interni relativamente alle rette parallele DE ed AB tagliate dalla trasversale CB. Evidentemente, la somma degli angoli $D\hat{C}A$, $A\hat{C}B$ ed $E\hat{C}B$ è 180°, e quindi anche la somma degli angoli $C\hat{A}B$, $A\hat{C}B$ e $A\hat{B}C$ è 180°, come volevasi dimostrare.

77 C 131 Due rette sono perpendicolari se formano 4 angoli di ...

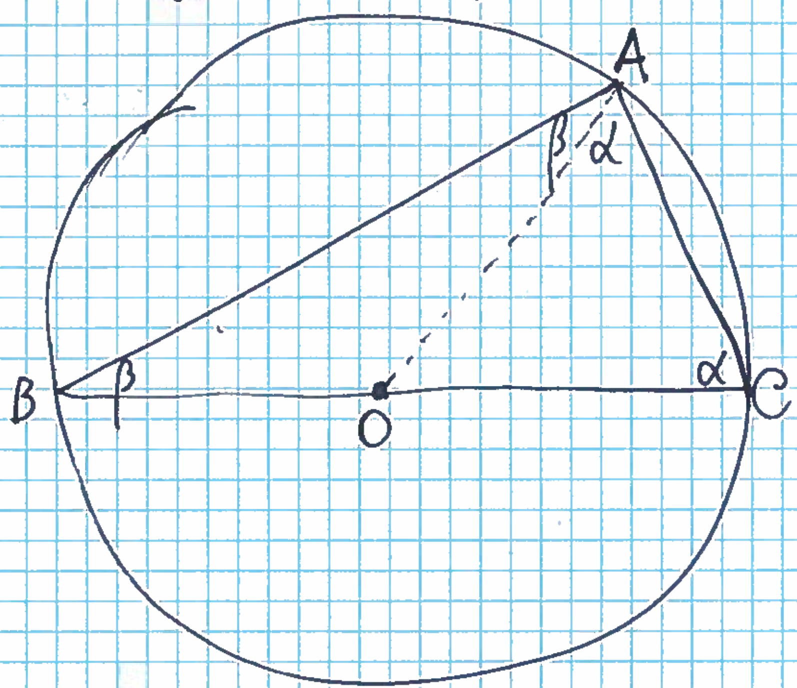
.... 90°, evidentemente.

La risposta esatta è (D).



77 C132 Qualsiasi triangolo che sia inscritto in un cerchio e abbia un lato coincidente con un diametro dello stesso è ....

.... rettangolo. La risposta esatta è (D). Dimostriamolo.



Il triangolo OAC è isoscele: infatti i lati OA e OC hanno la stessa misura (uguale al raggio della circonferenza considerata). Pertanto gli angoli $O\hat{A}C$ e $O\hat{C}A$ hanno la stessa ampiezza, chiamiamola α. Analogamente, si vede che anche il triangolo OAB è isoscele, in quanto OA e OB sono due raggi della stessa circonferenza. Quindi gli angoli $O\hat{B}A$ e $O\hat{A}B$ hanno la stessa ampiezza, chiamiamola β. Ma la somma degli angoli interni di un qualsiasi triangolo è 180° (vedi quesito 77 C 130, pagina precedente). Quindi (v. figura) $2\alpha + 2\beta = 180°$, da cui $\alpha + \beta = 90°$. Ma $\alpha + \beta$ è proprio l'ampiezza dell'angolo $B\hat{A}C$. Quindi quest'angolo è retto, come volevasi dimostrare.

77 C 135 A quanto ammonta l'intera somma se il 3% di una certa somma è di Euro 600?

Indichiamo con x la somma di cui dobbiamo determinare il valore. Ricordiamo che $k\% = \frac{k}{100}$ (vedi anche quesiti precedenti). Si deve avere

$$\frac{3}{100}x = 600, \text{ cioè } \frac{1}{100}x = 200, \text{ da cui } x = 20'000$$

La somma è quindi di 20'000 Euro. La risposta esatta è (C).

77 C 164 Qual è la radice cubica di -27?

Notiamo che $3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$, e quindi $(-3)^3 = (-3)\cdot(-3)\cdot(-3) = -27$ (l'esponente è DISPARI !!)

Quindi $\sqrt[3]{-27} = -3$. La risposta esatta è (B).

77 C 178 A che cosa è uguale x, se il 5% del 10% di x è uguale a 200?

Ricordiamo, come nel quesito 77 C 135, che $k\% = \frac{k}{100}$.

Si deve avere

$$\frac{5}{100} \cdot \frac{10}{100} \cdot x = 200, \text{ e quindi}$$

$$x = \frac{200 \cdot 100 \cdot \cancel{100}^{\,2}}{\cancel{50}} = 40'000.$$ La risposta esatta è (D).

77 C 183 A che cosa è uguale $\frac{10^3}{10^{-3}}$?

Si ha: $\frac{10^3}{10^{-3}} = 10^3 \cdot 10^3 = 10^{3+3} = 10^6$. La risposta esatta è (A).

77 C 189 Dei numeri che seguono, qual è quello che aumentato della sua quarta parte è uguale a 15?
(A) 12
(B) 44
(C) 15
(D) 3/4
(E) quesito senza soluzione univoca e corretta

Indichiamo con x il numero da trovare. Si ha:
$x + \frac{1}{4} \cdot x = 15$, quindi $\frac{5}{4} x = 15$, da cui $x = 15 \cdot \frac{4}{5} = 12$
La risposta giusta è (A).

77 C 193 A quanti mm^3 sono equivalenti $0,12\ dm^3$?
Si ha: $1\ dm = 100\ mm = 10^2\ mm$
$1\ dm^3 = (10^2)^3\ mm^3 =$ (proprietà delle potenze, $(10^a)^b = 10^{a \cdot b}$) $= 10^6\ mm^3 = 1'000'000\ mm$. Dunque,
$0,12\ dm^3 = 120\,000\ mm^3 = 12 \cdot 10^4\ mm^3$.
La risposta giusta è quindi (D).

77 C 196 Moltiplicare un numero per 5 è lo stesso che dividere lo stesso numero per .....
..... $\frac{1}{5}$, quindi 0,2 oppure 0,20. Risposta esatta: (B)

77 C 197 Qual è la funzione generatrice del numero 0,75?
Si ha: $0,75 = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$. La risposta esatta è (D).

77 C 199 Dato il numero 0,00002, stabilire se −0,0025
(A) è maggiore di 0,00002
(B) è minore di 0,00002
(C) poiché sono di segno diverso non è possibile stabilire nessuna relazione tra i due numeri
(D) i due numeri non sono confrontabili
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

La risposta esatta è (B), in quanto, ovviamente, un numero negativo è minore di un numero positivo.

77 C 200 Il volume di un cubo è uguale:

(A) al cubo della misura del suo spigolo
(B) a tre volte il perimetro di una faccia
(C) a tre volte l'area di una faccia
(D) alla terza potenza della misura della sua area
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

Per definizione, la risposta giusta è (A)

77C204 Il volume di una piramide è uguale:

(A) alla terza parte dell'area di base
(B) all'area di base per l'altezza
(C) all'area di base per l'altezza diviso tre
(D) al perimetro di base per l'altezza diviso tre
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

Per definizione, la risposta corretta è (C).

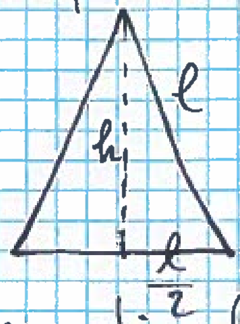
77 C 206 Dire se 1^{-23} è

(A) negativo
(B) uguale a 1
(C) uguale a $1/23$
(D) uguale a $-1/23$
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

Si ha che $1^a = 1$ per ogni numero reale a, quindi $1^{-23} = 1$.
La risposta esatta è (B).

77 C 215

Il rapporto fra l'altezza h di un triangolo equilatero e il suo lato l quanto è?



Per il teorema di Pitagora, si deve avere

$$h^2+\left(\frac{l}{2}\right)^2=l^2,$$ da cui $h^2=l^2-\frac{l^2}{4}=\frac{3l^2}{4}$, e quindi

$h=\frac{\sqrt{3}}{2}l$. Quindi $\frac{h}{l}=\frac{\sqrt{3}}{2}$, e la risposta giusta è (A).

77 C 217 Siano S ed S_1 due sfere. Se l'area A della superficie di S è il doppio di quella A_1 di S_1, allora quant'è il rapporto fra i volumi V e V_1 di S ed S_1?

Indichiamo con r ed r_1 i raggi rispettivamente di S e di S_1.

Si ha: $A=4\pi r^2$, $A_1=4\pi r_1^2$, $A=2A_1$, $V=\frac{4}{3}\pi r^3$,

$V_1=\frac{4}{3}\pi r_1^3$, $\frac{V}{V_1}=\frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{\frac{4}{3}\pi r_1^3}=\frac{r^3}{r_1^3}=\left(\frac{r}{r_1}\right)^3$. Calcoliamo ora il rapporto $\frac{r}{r_1}$, imponendo la condizione $A=2A_1$. Si ha

$4\pi r^2=2\cdot 4\pi r_1^2$, cioè $r^2=2r_1^2$, ossia $\left(\frac{r}{r_1}\right)^2=\frac{r^2}{r_1^2}=2$, da cui

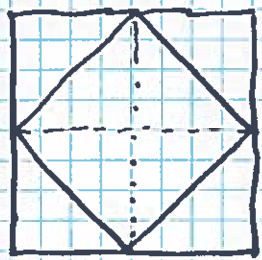
$\frac{r}{r_1}=\sqrt{2}$. Quindi $\frac{V}{V_1}=\left(\frac{r}{r_1}\right)^3=(\sqrt{2})^3\left[=\sqrt{2^3}\ (\text{infatti } (\sqrt{2})^3=(2^{\frac{1}{2}})^3=\right.$

$\left.=2^{\frac{3}{2}}=(2^3)^{\frac{1}{2}})\right]=(\sqrt{2}\cdot\sqrt{2})\cdot\sqrt{2}=(\sqrt{2})^2\cdot\sqrt{2}=2\sqrt{2}$.

Dunque (A) è la risposta corretta.

77 C 220

Si consideri un primo quadrato di lato 8 cm, poi un secondo quadrato con i vertici nei punti medi del primo, poi un terzo quadrato con i vertici nei punti medi del secondo. Se si arriva al settimo quadrato, quanto ne viene l'area?



L'area del primo quadrato è $64\ cm^2$. Come si vede dalla figura, ad ogni passo l'area si dimezza. Il numero di passi è 6 (e non 7), dal 1° al 7° quadrato. Quindi, dopo 6 passi, l'area sarà di $64 \cdot 2^{-6} = \frac{64}{2^6} = 1\ cm^2$.
La risposta giusta è (B).

77 C 231 Quant'è la media aritmetica tra 0.9 e −1?

Questa media è uguale a $\frac{0.9-1}{2} = -\frac{0.1}{2} = -0.05$
Quindi (D) è la risposta giusta.

77 C 253 Che cosa si ha se si aumenta il numero 98 del 2%?

Ricordiamo che, come detto in precedenza, $k\% = \frac{k}{100}$, e quindi si ottiene
$98 \cdot \left(1 + \frac{2}{100}\right) = \frac{98 \cdot 102}{100} = 99.96$. La risposta esatta è dunque (C).

77 C 257 A che cosa è uguale 60 + il 15% di 60?

Ricordiamo che $k\% = \frac{k}{100}$, come nel quesito precedente, e dunque si ottiene $60\left(1 + \frac{15}{100}\right) = 60 \cdot \frac{115}{100} = 3 \cdot \frac{115}{5} = 3 \cdot 23 = 69$.
La risposta esatta è dunque (A).

77 C 258 Qual è il minimo comune multiplo tra 20, 15, 4 e 10?

Facciamo la decomposizione in fattori primi. Si ha:

$20 = 4 \cdot 5 = 2^2 \cdot 5$

$15 = 3 \cdot 5$

$4 = 2^2$

$10 = 2 \cdot 5$

Il minimo comune multiplo è il prodotto dei fattori primi che compaiono, ciascuno elevato alla massima potenza che compare. Il numero 2 compare alla potenza 1 e alla potenza 2, mentre i numeri 3 e 5 compaiono solo alla potenza 1. Quindi il minimo comune multiplo è $2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 4 \cdot 3 \cdot 5 = 60$. La risposta corretta è (D).

77 C 263 A quanti gradi sessagesimali corrispondono $\frac{7}{6}\pi$ radianti?

Abbiamo detto (v. quesito 76 C 28) che ad a radianti corrispondono $\frac{180 \cdot a}{\pi}$ gradi sessagesimali. Nel nostro caso $a = \frac{7}{6}\pi$, e quindi i gradi sessagesimali corrispondenti sono

$$\frac{180 \cdot \frac{7}{6}\pi}{\pi} = 180 \cdot \frac{7}{6} = 30 \cdot 7 = 210$$

77 C 264 A quanti radianti è uguale 330°?

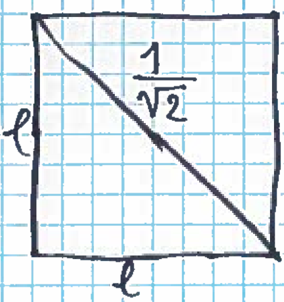
Se ad a radianti corrispondono $\frac{180 \cdot a}{\pi}$ gradi sessagesimali, allora a b gradi sessagesimali corrispondono $\frac{\pi}{180} b$ radianti. Nel nostro caso, i radianti sono $\frac{\pi \cdot 330}{180} = \frac{11}{6}\pi$, e quindi (A) è la risposta corretta.

77 C 272 Quanto vale tangente di $\frac{\pi}{6}$?

Nel quesito 76 C 65 abbiamo visto che vale $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Quindi (D) è la risposta giusta.

77 C 281 Se un quadrato ha la diagonale lunga $\frac{1}{\sqrt{2}}$ metri, quanto è lungo il lato?



Per il teorema di Pitagora, si deve avere
$$2\ell^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{2}, \text{ da cui } \ell^2 = \frac{1}{4},$$
e quindi $\ell = \frac{1}{2} = 0.5$

Dunque (A) è la risposta corretta.

77 C 300 Se il numero 70 aumenta del 3%, cosa si ottiene?

Ricordiamo, come detto in altri quesiti, che $k\% = \frac{k}{100}$,
quindi si ottiene $70 + 70 \cdot \frac{3}{100} = 70 \cdot \left(1 + \frac{3}{100}\right) =$
$= 70 \cdot \frac{103}{100} = \frac{7210}{100} = 72{,}1$. La risposta giusta è (B).

77 C 313 Individuare la risposta errata:

(A) $3\pi/4 = 130°$
(B) $3\pi/2 = 270°$
(C) $2\pi/3 = 120°$
(D) $\pi/3 = 60°$
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

Abbiamo visto, in altri quesiti precedenti, che
gradi sessagesimali $= \frac{180}{\pi} \cdot$ radianti; pertanto la misura di $\frac{3\pi}{4}$, in gradi sessagesimali, è $\frac{3\pi}{4} \cdot \frac{180}{\pi} = 135$ e non 130°. Quindi la soluzione del quesito è (A).
Tra l'altro si ha: $\frac{3\pi}{2} \cdot \frac{180}{\pi} = 270$, $\frac{2\pi}{3} \cdot \frac{180}{\pi} = 120$,
$\frac{\pi}{3} \cdot \frac{180}{\pi} = 60$

77 C 318 L'equazione $X=(k-1)Y$ rappresenta:

(A) un'iperbole
(B) una retta non passante per l'origine
(C) una retta passante per l'origine
(D) una parabola
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

$X=(k-1)Y$ si scrive anche $X-(k-1)Y=0$, ed è l'equazione di una retta. Per vedere se passa per l'origine, andiamo a sostituire X con 0 ed Y con 0: otteniamo $0=0$, cioè un'identità.

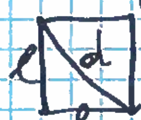
77 C 319 Siano dati tre segmenti, con questi è possibile costruire un triangolo?

(A) no, mai
(B) sì, sempre
(C) solo se i tre segmenti sono uguali
(D) solamente se la somma delle lunghezze di due dei segmenti è maggiore della lunghezza del terzo
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

In un triangolo, ogni lato deve avere lunghezza (strettamente) minore della somma delle lunghezze degli altri due: quindi la risposta esatta è (D).

77 C 322 La diagonale di un quadrato rispetto al lato è ...

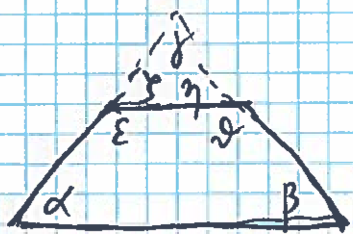
... sempre maggiore: infatti, per il teorema di Pitagora, si ha



$2\ell^2=d^2$, quindi $d=\sqrt{2\ell^2}=\ell\cdot\sqrt{2}>\ell$ (notiamo che $\sqrt{2}\simeq 1{,}4142$)

La risposta esatta è quindi (A).

77 C 324 Quant'è la somma degli angoli interni di un trapezio isoscele?



In generale: noi vogliamo calcolare la somma degli angoli $\alpha+\beta+\varepsilon+\vartheta$.
Notiamo che la somma degli angoli interni di un triangolo è 180° (Quesito 77C130)
Quindi (vedi figura) si ha:

$\alpha+\beta+\gamma=180$

$\gamma+\zeta+\eta=180$ e, per costruzione

$\vartheta+\eta=180$

$\varepsilon+\zeta=180$

Si ha: $\alpha+\beta+\varepsilon+\vartheta=\alpha+\beta+180-\zeta+180-\eta=\alpha+\beta+180-\zeta-\eta+180$ (teniamo conto che $\gamma=180-\zeta-\eta$) $=\alpha+\beta+\gamma+180=$
$=180+180=360$. La risposta giusta è quindi (D).

77 C 328 Uno studente universitario, dopo aver superato tre esami, ha la media del 28. Nell'esame successivo lo studente prende 20. Qual è la sua media dopo il quarto esame?

Siano x_1, x_2, x_3 i voti dei primi tre esami. Si ha
$\frac{x_1+x_2+x_3}{3}=28$, quindi $x_1+x_2+x_3=84$. Dopo il quarto esame, la media è $\frac{x_1+x_2+x_3+20}{4}=\frac{84+20}{4}=\frac{104}{4}=26$
La risposta esatta è (B).

77 C 342 Due polinomi dello stesso grado in una variabile si dicono uguali quando:

(A) hanno uguali coefficienti dei monomi di ugual grado
(B) tutti i coefficienti dei monomi sono uguali
(C) non sono definibili
(D) sono uguali i coefficienti dei monomi di grado dispari
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

Per definizione, la (A). Si ha: $a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n = b_0 + b_1 x + b_2 x^2 + \dots + b_n x^n$ se e solo se $a_0 = b_0, a_1 = b_1, a_2 = b_2, \dots, a_n = b_n$.

77 C 352 Il rapporto tra due potenze aventi la stessa base è una potenza che ha ......

(A) stessa base ed esponente pari al prodotto degli esponenti
(B) stessa base ed esponente pari al rapporto degli esponenti
(C) non è possibile eseguire alcuna operazione
(D) stessa base ed esponente pari alla differenza degli esponenti
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

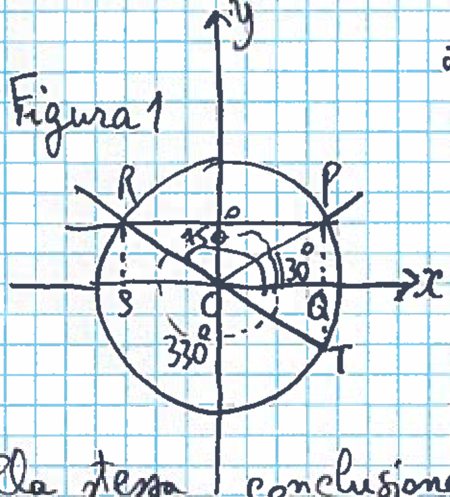
Si ha (dove ha senso): $\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$, quindi la risposta esatta è (D).

77 C 358 Indicare la risposta errata:

(A) $\sin 150° = 1/2$
(B) $\sin 330° = -1/2$
(C) $\cos 300° = 1/2$
(D) $\sin 180° = -1$
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

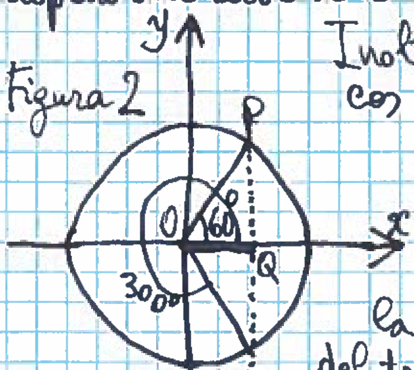
Notiamo che $\sin 180° = 0$ e non -1, e quindi la risposta errata (cioè la soluzione del quesito) è (D).
Controlliamo che i dati di (A), (B) e (C) sono corretti.

Figura 1



La Figura 1 indica la circonferenza goniometrica e gli angoli di 30° e 150°. Nel quesito 76 C 65 abbiamo già provato che $\sin 30° = \frac{1}{2}$. Per simmetria, si ha $\overline{RS} = \overline{PQ}$, quindi, tenendo conto che il raggio della circonferenza goniometrica è 1, segue subito $\sin 150° = \sin 30°$.
Alla stessa conclusione si arriva anche se si prende una circonferenza di centro l'origine O e di raggio $r > 0$ qualsiasi: infatti $\sin 150° = \frac{\overline{RS}}{\overline{OR}} = \frac{\overline{RS}}{r} = \frac{\overline{PQ}}{r} = \frac{\overline{PQ}}{\overline{OP}} = \sin 30° = \frac{1}{2}$.
Alla stessa conclusione si arriva considerando l'angolo di 330°, tenendo conto che, però, qui bisogna cambiare il segno, in quanto il segmento QT è diretto verso il basso e non verso l'alto (c'è una simmetria, ma questa volta rispetto all'asse x e non all'asse y). Quindi $\sin 330° = -\frac{1}{2}$.

Figura 2



Inoltre, con le stesse notazioni di cui sopra, si ha $\cos 300° = \frac{\overline{OQ}}{r} = \cos 60°$. Il coseno di 60° è $\frac{1}{2}$, in quanto è il rapporto $\frac{\overline{OQ}}{\overline{OP}}$ nella Figura 3. Il triangolo OPR è equilatero, e $\cos 60°$ è il rapporto tra la lunghezza del cateto adiacente OQ e l'ipotenusa OP del triangolo rettangolo OPQ. Questo rapporto è $\frac{1}{2}$, perché la misura di $\overline{OQ}$, per costruzione, è la metà di quella di $\overline{OP}$.

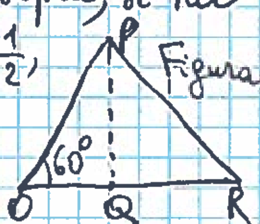


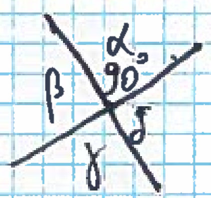
Figura 3

77 C 368 A che cosa è uguale la somma degli angoli interni di un triangolo scaleno?

A 180° (vedi quesito 77 C 130), cioè un angolo piatto. La risposta esatta è quindi (D).

77 C 373 Per verificare che due rette siano perpendicolari è sufficiente stabilire che

(A) almeno due dei quattro angoli siano di 90°
(B) ciascuno dei quattro angoli sia pari a 90°
(C) uno qualsiasi degli angoli sia pari a 90°
(D) la somma dei due angoli adiacenti sia un angolo piatto
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta



Se uno dei qualsiasi quattro angoli (α) è di 90°, allora automaticamente anche gli altri tre angoli (β, γ e δ) saranno di 90°.

77 C 378 Si consideri la relazione $Y=\frac{A}{X}$, con X diverso da 0. Mantenendo costante il valore di A se si dimezza il valore di X, che cosa fa il valore di Y?

Indichiamo i nuovi valori di Y, A, X con Y_1, A_1, X_1. Si ha:

$Y=\frac{A}{X}$ $\quad Y_1=\frac{A_1}{X_1}$ $\quad A_1=A$ $\quad X_1=\frac{X}{2}$ $\quad Y_1=A\cdot\frac{2}{X}=2\cdot\frac{A}{X}=$
$=2Y$. Quindi il valore di Y si raddoppia.

La risposta esatta è dunque (B).

77 C 381 Quant'è il coseno di zero gradi ($\cos 0$)?

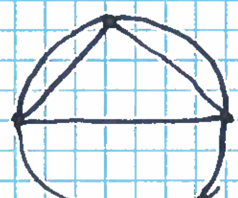
È 1: quindi la risposta esatta è (A).

77C383 Qual è il minimo denominatore comune delle frazioni $\frac{1}{14}, \frac{1}{21}, \frac{1}{15}, \frac{1}{10}$?

Determiniamo il minimo comune multiplo dei numeri 14, 21, 15, 10. Con la decomposizione in fattori primi, si ha:
$14 = 2 \cdot 7 \quad 21 = 3 \cdot 7 \quad 15 = 3 \cdot 5 \quad 10 = 2 \cdot 5$
Procediamo come nel quesito 77C258. Il minimo comune multiplo è il prodotto dei fattori primi che compaiono, ciascuno elevato alla massima potenza che compare. Quindi, nel nostro caso, è $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = (2 \cdot 5) \cdot (3 \cdot 7) = 10 \cdot 21 = 210$. Quindi il minimo comun denominatore delle frazioni date è uguale al minimo comune multiplo considerato, cioè 210.
La risposta giusta è (C).

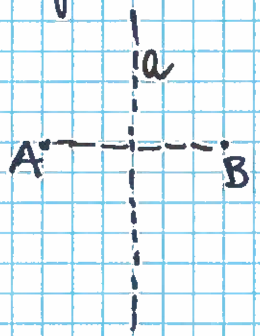
77C392 È possibile inscrivere un triangolo in una circonferenza?
Sì, è <u>sempre</u> possibile, in quanto un triangolo è determinato da tre punti del piano non allineati, e tre punti non allineati determinano una e una sola circonferenza.

La risposta esatta è dunque (B).



77C394 Qual è il luogo dei punti equidistanti da due punti A e B?

È l'asse a del segmento AB



77 C 397 Se il prodotto dei coefficienti angolari di due rette vale -1, esse sono ....

perpendicolari. Infatti due rette perpendicolari hanno coefficienti angolari reciproci e opposti contemporaneamente (per esempio, 2 e $-\frac{1}{2}$).

77C402 Per angoli orientati che differiscono di un angolo piatto vale la seguente relazione:

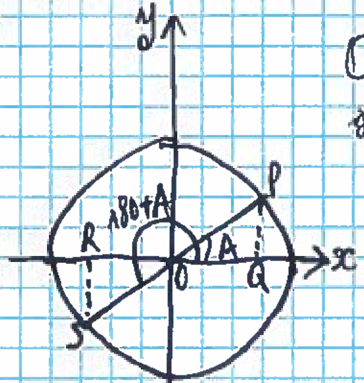
(A) $tg(A+180) = -tg\,A$

(B) $\sin(A+180) = \sin A$

(C) $\cos(A+180) = \cos A$

(D) $tg(A+180) = tg\,A$

(E) quesito senza soluzione univoca o corretta



Osserviamo che, per simmetria, $\sin A = \frac{PQ}{OP}$, $\sin(180+A) = \frac{RS}{OS} = -\frac{PQ}{OP} = -\sin A$ (in questo contesto, $OS = OP$ = raggio = ipotenusa va considerato sempre positivo, mentre PQ e OQ vanno considerati positivi, ma OR ed RS vanno considerati negativi), ed inoltre $\cos A = \frac{OQ}{OP}$, $\cos(180+A) = \frac{OR}{OS} = -\frac{OQ}{OP} = -\cos A$. Da ciò segue che

$$tg(A+180) = \frac{\sin(A+180)}{\cos(A+180)} = \frac{-\sin A}{-\cos A} = \frac{\sin A}{\cos A} = tg\,A.$$

La risposta esatta è (D).

77C407 Il numero h è il logaritmo decimale di che cosa?

Come detto in altri quesiti precedenti, le funzioni $t \mapsto 10^t$ e $w \mapsto \log_{10} w$ sono una l'inversa dell'altra. Quindi $\log_{10}(10^h) = h$, cioè se si parte da h, si fa 10^h e poi si fa il logaritmo in base 10, si ritorna al numero h. Quindi la risposta è 10^h, cioè (B).

77 C 408 Due angoli si dicono supplementari quando ....

... la loro somma è un angolo piatto. La risposta giusta è (B).

77 C 410 È possibile definire (nel campo dei numeri reali) logaritmi dei numeri negativi?

(A) sì, se la base è compresa tra 0 e 1
(B) sì, se la base è negativa
(C) sì, se la base è minore di 1
(D) sì, se la base è positiva
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

Non esistono (nel campo dei numeri reali) logaritmi di numeri negativi, e quindi la soluzione del quesito è la risposta (E).

77 C 414 L'espressione a^n+b^n è divisibile per $a-b$?

(A) mai
(B) sempre
(C) solo se n è pari
(D) solo se n è dispari
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

Notiamo che: a^2+b^2 non ammette nessuna decomposizione
$a^3+b^3=(a+b)\cdot(a^2-ab+b^2)$
a^4+b^4 non ammette nessuna decomposizione
$a^5+b^5=(a+b)\cdot(a^4-a^3b+a^2b^2-ab^3+b^4)$
a^6+b^6 non ammette nessuna decomposizione ...
... ma in nessun caso si ha una decomposizione con il fattore $a-b$. Quindi la risposta esatta è (A).

77 C 424 Una funzione y quadratica in x, del tipo $y=Ax^2+Bx+C$ (con A diverso da 0) è rappresentabile graficamente nel piano cartesiano (x,y) da quale curva?

Da una parabola. La risposta esatta è (D).

77 C 425 A che cosa è uguale $(16ab)^{\frac{1}{2}}$?

Si ha: $(16ab)^{\frac{1}{2}} = 16^{\frac{1}{2}} a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{2}} = (2^4)^{\frac{1}{2}} a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{2}} =$
$= 2^{\frac{4}{2}} \cdot a^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{1}{2}} = 4\, a^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{1}{2}} = 4\,(ab)^{\frac{1}{2}} = 4\sqrt{ab}$.

La risposta esatta è (C). [Abbiamo usato varie proprietà delle potenze].

77 C 429 La radice quadrata di 642'536 è circa

(A) 800
(B) 80
(C) 8000
(D) 200
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

642'536 è circa 640'000 $= 800^2$. Quindi la risposta esatta è (A)

77 C 433. Che tipo di curva è la curva $x^2+y^2-9=0$?

Questa curva è una circonferenza, più precisamente la circonferenza di centro l'origine e raggio 3. Infatti il luogo geometrico dei punti del piano (x,y) la cui distanza dall'origine $(0,0)$ è 3, cioè dist $((x,y),(0,0)) = 3$, ossia $\sqrt{x^2+y^2} = 3$, cioè $x^2+y^2=9$. La risposta esatta è dunque (A).

77 C 434 Quanto vale $\log_{10}(\sqrt{10})^{-8}$?

Si ha: $\log_{10}(\sqrt{10})^{-8} = \log_{10}(10^{\frac{1}{2}})^{-8} = \log_{10} 10^{-\frac{8}{2}} =$ proprietà delle potenze

$= \log_{10} 10^{-4} = -4$ (per le proprietà della funzione inversa, come è stato detto in altri quesiti precedenti). Quindi la risposta esatta è (D).

77C 435. Risolvere l'equazione $\sqrt{2}\,x+1=3$

Si ha: $\sqrt{2}\,x+1=3$ se e solo se $\sqrt{2}\,x=2$. Si ottiene:

$$x=\frac{2}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}=2^{\frac{1}{2}}.$$ La risposta giusta è (A).

77C 441 Quant'è il 17% di 3'300'000 ?

Ricordiamo che, com'è stato detto in altri quesiti, $k\%=\frac{k}{100}$. Quindi il 17% di 3'300'000 è

$$3'300'000\cdot\frac{17}{100}=33000\cdot 17=561000.$$ La risposta esatta è dunque (D).

77C 444 Quanto vale $6+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}$?

Notiamo che il minimo comune multiplo tra 2, 3 e 4 è 12. Si ha:

$$6+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=\frac{72+6+4+3}{12}=\frac{85}{12}.$$

Quindi la risposta esatta è (D).

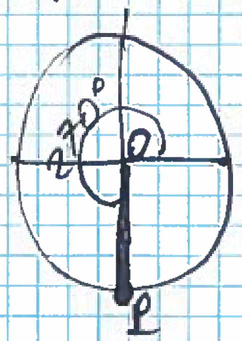
77C 448 Quanto vale l'espressione $\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{4}-\frac{1}{5}$?

Notiamo innanzi tutto che $4=2^2$ e quindi, applicando la tecnica vista nel quesito 77C 258, si ha che il minimo comun denominatore (cioè il minimo comune multiplo) tra 2, 3, 4 e 5 è $2^2\cdot 3\cdot 5=4\cdot 15=60$. Si ha:

$$\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{4}-\frac{1}{5}=\frac{2\cdot 3\cdot 5-4\cdot 5-3\cdot 5-3\cdot 4}{60=3\cdot 4\cdot 5}=\frac{30-20-15-12}{60}=-\frac{17}{60}.$$

La risposta esatta è quindi (B).

77C 457 Qual è il valore del seno di 270°?



È il valore del segmento OP (con segno negativo, perché OP è diretto verso il basso) diviso il raggio della circonferenza col segno positivo (che è 1 nel caso della circonferenza goniometrica). Quindi $\sin 270°=-1$, e la risposta giusta è (B).

77C459 A che cosa è uguale $l = \log_{100} 10$?

Si ha $10^2 = 100$, quindi (per le proprietà delle potenze) $10 = 10^1 = 10^{2 \cdot \frac{1}{2}} = (10^2)^{\frac{1}{2}} = 100^{\frac{1}{2}} = \sqrt{100}$. Allora, per le proprietà delle funzioni inverse viste in quesiti precedenti, si ottiene $l = \log_{10^2} (10^2)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$, e quindi la risposta esatta è (D).

77C461 Quali sono le soluzioni dell'equazione $x^2 - 5x + 6 = 0$?

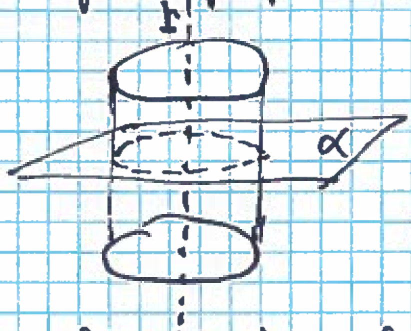
Si ha: $x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{25-24}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2} = \begin{matrix} \nearrow 3 \\ \searrow 2 \end{matrix}$ Le radici sono 3 e 2.

Pertanto la risposta giusta è (B).

77C465 A che cosa equivale $\log 3 + \log 3$?

Come visto in alcuni quesiti precedenti, detto in modo semplice "il logaritmo di un prodotto è uguale alla somma dei logaritmi". Quindi $\log 3 + \log 3 = \log 9$, la soluzione è (C).

77C466 Com'è la sezione di un cilindro circolare retto con un piano α perpendicolare all'asse r del cilindro?



Come si vede dalla figura, questa sezione è una circonferenza, in quanto il piano α, essendo perpendicolare all'asse del cilindro, è parallelo ai due piani dove giacciono le due circonferenze che delimitano il cilindro dall'alto e dal basso.

77C470 A quanto è uguale $2^{-1} \cdot 2^5 \cdot 2^{-4}$

Per le proprietà fondamentali delle potenze, si ha $2^{-1} \cdot 2^5 \cdot 2^{-4} = 2^{-1+5-4} = 2^0 = 1$. La risposta giusta è quindi (B).

77C473 Quanto vale n se $\log_2 n = 6$?

Dalla definizione di logaritmo si ha: $n = 2^6 = 64$. La risposta esatta è (C).

77 C 477 Quanti ricoveri sono stati fatti quando il 5% dei ~~membri~~ di una scuola di 5000 persone sono stati colpiti da una malattia che richiede il ricovero nel 50 % dei casi?

Ricordiamo che, come visto in altri quesiti precedenti, $k\% = \frac{k}{100}$. Quindi il 5% dei membri di una scuola di 5000 persone è $5000 \cdot \frac{5}{100} = 250$. Quindi le persone ammalate sono 250. Ci vuole il ricovero nella <u>metà</u> (= 50 %) di questi 250 casi, quindi sono stati effettuati 125 ricoveri. La risposta esatta è (C).

77 C 482 Quanto vale n se il 3% di n è 15?

Procedendo analogamente come nel quesito precedente, ricordando che $3\% = \frac{3}{100}$, si ha: $\frac{3}{100} n = 15$, quindi $3n = 1500$, da cui $n = 500$. La risposta esatta è (A).

77 C 484 Con quale altra espressione può venire scritta la quantità 57.614.000?

Questa quantità è uguale a 57 milioni e 614 mila, cioè $57 \cdot 10^6 + 614 \cdot 10^3$, o anche $57 \cdot 10^6 + 614 \cdot 1000 + 0$. La risposta esatta è dunque (A).

77 C 485. A che cosa è uguale $(27^{1/3})^2$?

Si ha: $27^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{27} = 3$, in quanto $3^3 = 27$, e dunque $(27^{1/3})^2 = 3^2 = 9$.

77 C 491 A che cosa è uguale 0,0076

Se ~~si~~ parte da 76, bisogna spostare la virgola indietro di 4 posti. Ciò significa dividere per 10^4, che è 10 000 (o equivalentemente moltiplicare per 10^{-4}). Dunque $0{,}0076 = 76/10\,000$, e la risposta esatta è (C).

77C492 Qual è il valore arrotondato della terza cifra decimale del numero 0,7836?

0,784 (la quarta cifra è maggiore di 5, e quindi si arrotonda per eccesso).

77 C 493 A che cosa è uguale 10^{-3}?

$10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000}$ (Risposta (C))

77C497 Quanto vale 10^x se $x=4$?

Si ha: $10^4 = 10000$ (Risposta (C))

77 C 499 Indicare quanti sono i numeri primi da 2 a 11.

I numeri primi da 2 a 11 (compresi) sono 2, 3, 5, 7, 11, quindi sono 5 (Risposta (B))

77 C 502 Uno di questi numeri non è primo, quale?

(A) 5
(B) 9
(C) 17
(D) 19
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

Si ha $9 = 3^2 = 3 \cdot 3$, quindi 9 non è primo (Risposta (B))

77 C505 Quanto vale $x^5 - x^3$?

Si ha: $x^5 - x^3 = x^3(x^2-1)$ (Risposta (A))

77 C508 Quanto fa $\log_e e$?

$\log_e e = 1$, perché $e^1 = e$ (risposta (D))

77 C 509 Quanto vale l'espressione $(-5+12)+(6-7)-(3-4)$?

Quest'espressione vale $-5+12+6-7-3+4 = 7+6-7-3+4 = 3+4 = 7$ (risposta (C)).

77 C 510 Quale sarà il risultato dell'espressione
$(2-3)+(4-5)\cdot(6-8)$?
Quest'espressione è uguale a $-1+(-1)\cdot(-2)=-1+2=1$
La risposta giusta è quindi (A).

77 C 512 Quanto vale $\ell=(0,000064)^{-\frac{1}{3}}$?
Siccome per avere 0,000064 da 64 bisogna spostare la virgola decimale indietro di 6 posti, si ha
$0,000064=64\cdot10^{-6}$. Quindi si ha, per le proprietà delle potenze:
$\ell=(64\cdot10^{-6})^{-\frac{1}{3}}=64^{-\frac{1}{3}}\cdot(10^{-6})^{-\frac{1}{3}}=\frac{1}{64^{1/3}}\cdot10^{\frac{-6}{-3}}=$
$=\frac{1}{4}\cdot10^{2}=\frac{100}{4}=25$

77 C 513 Qual è il risultato dell'espressione $(100-4)^2$?
(A) $(2^5\cdot3)^2$
(B) $(12\cdot8)^2$
(C) $(10+2)^2$
(D) $(10-2)^8$
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta
Si ha: $100-4=96=12\cdot8$, quindi la (B) è corretta.
Ma è anche: $2^5\cdot3=32\cdot3=96$, e quindi anche la (A) è corretta. Invece la (C) e la (D) non sono giuste.

77 C 514 Cosa si ottiene dalla semplificazione di
$\ell=(16/9)/(4/81)$?
Si ha: $\ell=\frac{16}{9}:\frac{4}{81}=\frac{\cancel{16}^{\,4}}{\cancel{9}}\cdot\frac{\cancel{81}^{\,9}}{\cancel{4}}=4\cdot9=36$ (Risposta (A))

77 C 518 A che cosa corrisponde la media aritmetica m dei numeri 3, 4, 5, 6, 7?
Si ha: $m=\frac{3+4+5+6+7}{5}=\frac{(3+7)+(4+6)+5}{5}=\frac{25}{5}=5$
(Risposta (B))

77 C 519 Qual è la probabilità che si verifichi l'evento testa-testa-croce-testa-testa in seguito a 5 lanci di una moneta (non truccata)?

Per ogni lancio (fissato), la probabilità di avere testa è $\frac{1}{2}$, e anche la probabilità di avere croce è $\frac{1}{2}$.

I 5 lanci sono indipendenti (ogni lancio ha una storia a sé), quindi la probabilità di avere la combinazione: testa al 1° lancio, testa al 2° lancio, croce al 3° lancio, testa al 4° lancio, testa al 5° lancio è

$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}$. Risposta giusta (D)

77 C 522 Un'affermazione è sempre valida per il seno di un angolo. Quale?

(A) è un numero reale
(B) è un numero naturale
(C) è un numero complesso
(D) è un numero razionale
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

È sempre un numero reale (quindi risposta (A)), e non si "esce" dai numeri reali, quindi (C) è da escludere. Il seno di un angolo non è detto che sia sempre naturale, e non è detto che sia sempre razionale [si può vedere anzi che la funzione seno assume TUTTI i valori reali compresi fra 1 e −1, quindi sia razionali sia irrazionali], Quindi anche le risposte (B) e (D) sono da escludere.

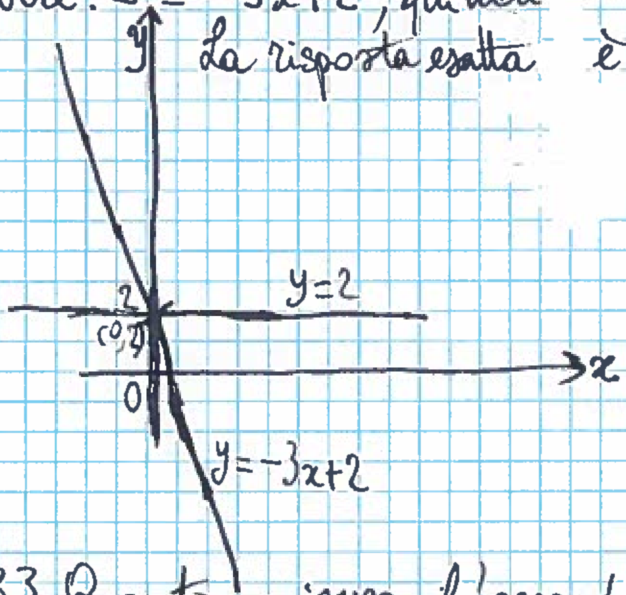
77 C 528 Quale sarà la soluzione dell'equazione $\cos x = 2$?

(A) $x = 0$
(B) $x = 1^\circ$
(C) $x = 30^\circ$
(D) $x = 60^\circ$
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

Il coseno assume sempre valori compresi fra 1 e −1 (estremi inclusi), e quindi non potrà <u>MAI</u> valere 2 [nel campo dei numeri reali]. Dunque l'equazione $\cos x = 2$ non ha soluzioni reali, e pertanto la risposta esatta del quesito è (E).

77 C 532 Per quale valore di x si incontrano le rette $y = 2$ ed $y = -3x + 2$?

Si deve avere: $2 = -3x + 2$, quindi $-3x = 0$, da cui $x = 0$.
La risposta esatta è (C).



77 C 533 Quanto misura l'area di un rettangolo i cui lati misurano rispettivamente 10^{-3} cm e 10^{-2} dm?

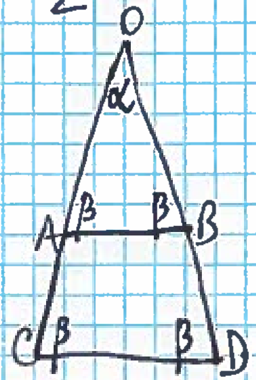
Notiamo innanzi tutto che 1 dm = 10 cm, quindi $10^{-2}\,dm = 10^{-2} \cdot 10\,cm = 10^{-2+1}\,cm = 10^{-1}\,cm$. L'area è:

$10^{-3} \cdot 10^{-1}\,cm^2 = 10^{-3-1}\,cm^2 = 10^{-4}\,cm^2$

77C551 Sono simili due triangoli isosceli che hanno uguale...

(A) angolo al vertice
(B) base
(C) altezza
(D) perimetro
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

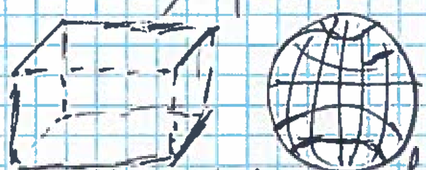
Se due triangoli isosceli hanno uguale angolo al vertice, allora gli altri angoli saranno uguali, perché saranno tutti uguali a $\frac{180° - \text{angolo al vertice}}{2}$. Quindi i due triangoli (nella figura OAB e OCD) hanno gli angoli uguali e quindi sono simili.
La risposta esatta è (A).



$$\beta = \frac{180 - \alpha}{2}$$

77C553 Se una sfera e un cubo hanno uguale volume, la superficie della sfera è ....

(A) doppia di quella del cubo
(B) maggiore di quella del cubo
(C) uguale a quella del cubo
(D) minore di quella del cubo
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

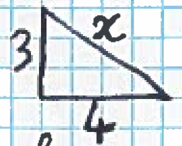


Intuitivamente, minore di quella del cubo (la risposta giusta è (D)). Dimostriamolo.
Noi sappiamo che $\frac{4}{3}\pi r^3 = \ell^3$ e valutiamo la quantità $L = \frac{4\pi r^2}{6\ell^2}$.
Si ha: $\frac{r^3}{\ell^3} = \frac{3}{4\pi}$, quindi $\frac{r^2}{\ell^2} = \left(\frac{r^3}{\ell^3}\right)^{\frac{2}{3}} = \left(\frac{3}{4\pi}\right)^{\frac{2}{3}} = \frac{3^{\frac{2}{3}}}{4^{\frac{2}{3}}\pi^{\frac{2}{3}}}$, ed

$$L = \frac{2\pi}{3} \cdot \frac{3^{\frac{2}{3}}}{4^{\frac{2}{3}} \cdot \pi^{\frac{2}{3}}} = \frac{\pi^{\frac{1}{3}} \cdot 2}{(2^2)^{\frac{2}{3}} \cdot 3^{1/3}} = \frac{\pi^{\frac{1}{3}}}{3^{1/3}} \cdot 2 \cdot \frac{1}{2^{4/3}} = \frac{\pi^{1/3} \cdot \cancel{2}}{3^{1/3} \cdot \cancel{2} \cdot 2^{1/3}} =$$

$= \frac{\pi^{1/3}}{6^{1/3}} = \left(\frac{\pi}{6}\right)^{1/3} < 1$, in quanto $\frac{\pi}{6} < 1$ e la radice cubica di un numero positivo e minore di 1 è un numero positivo e minore di 1.
Quindi la risposta esatta è (D).

77C559 Se i cateti di un triangolo rettangolo misurano rispettivamente 3 e 4, quanto misura l'ipotenusa?



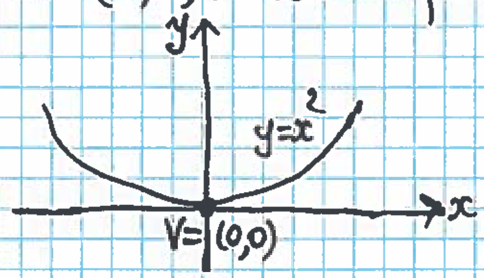
Per il teorema di Pitagora, si ha
$x^2=3^2+4^2=9+16=25$, e quindi $x=5$.

La risposta esatta è (A).

77C560 Quale distanza avranno nel piano cartesiano i punti che hanno coordinate (0,0) e (3,4)?

La distanza di due punti del piano cartesiano è "la radice quadrata della somma dei quadrati delle differenze delle coordinate omonime", cioè, nel nostro caso, è uguale a $\sqrt{(0-3)^2+(0-4)^2}=\sqrt{3^2+4^2}=\sqrt{9+16}=\sqrt{25}=5$.
La risposta esatta è dunque (A).

77C562 Qual è il vertice nella parabola $y=x^2$?
La parabola $y=x^2$ rivolge la concavità verso l'alto, e quindi il vertice sarà il punto in cui la parabola assume il valore con l'ordinata più bassa, quindi con $y=0$, in quanto y è sempre maggiore o uguale a 0. Ad $y=0$ corrisponde $x=0$, e quindi il vertice è il punto (0,0). La risposta esatta è dunque (D).



77C567 Quanto vale il discriminante dell'equazione $x^2+ax+b=0$ quando le soluzioni sono 5 e 1?

Determiniamo a e b in modo tale che le soluzioni siano 5 e 1. Se al posto di x ci mettiamo 5, otteniamo $25+5a+b=0$. Se al posto di x ci mettiamo 1, otteniamo $1+a+b=0$. Quindi le condizioni sono: $\begin{cases} a+b=-1 \\ 5a+b=-25 \end{cases}$

Sottraendo la seconda equazione dalla prima, otteniamo $-4a=24$, da cui $a=-6$, $b=5$. Pertanto l'equazione diventa $x^2-6x+5=0$. Il discriminante di quest'equazione è $36-20=16$. La risposta esatta è (A).

77C582 Indicare le soluzioni dell'equazione $x^2+x=0$

Si ha: $x^2+x=0$ se e solo se $x(x+1)=0$ se e solo se $x=0$ oppure $x+1=0$, cioè $x=0$ oppure $x=-1$. Le soluzioni sono 0 e -1, e dunque la risposta esatta è (A).

77C591 A che cosa corrisponde $\log_a 17=3$?

In questo caso, per definizione di logaritmo, 3 è quel numero tale che $a^3=17$. La risposta esatta è (A).

77C593 Quanti sono i numeri divisibili contemporaneamente per 2, 3, 4, 5 tra i primi 100 numeri naturali?

Notiamo che il minimo comune multiplo tra 2, 3, 4, 5 è $2^2\cdot3\cdot5=4\cdot15=60$ (vedi anche Quesito 77C448). Sicuramente 60 soddisfa la condizione del quesito. Notiamo che ogni altro numero naturale che soddisfi questa condizione dev'essere multiplo di 60. Il primo multiplo di 60 è 120, e quindi non fa parte dei primi 100 numeri naturali. Quindi i numeri che soddisfano la condizione del quesito si riducono a uno (cioè il 60), e pertanto la risposta giusta è (A).

77C601 A cosa è uguale c se $c^{\frac{3}{2}}=27$?

Per le proprietà delle potenze, si ha:

$$c=c^1=c^{\frac{3}{2}\cdot\frac{2}{3}}=\left(c^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{2}{3}}=27^{\frac{2}{3}}=27^{\frac{1}{3}\cdot 2}=$$

$$=\left(27^{1/3}\right)^2=\left(\sqrt[3]{27}\right)^2=3^2=9.$$ La risposta esatta è (C).

77C606 Qual è l'ordine crescente dei numeri $x=0,8$ $y=0,63$ $z=\frac{13}{20}$ $t=\frac{7}{25}$?

Si ha: $z=\frac{13}{20}=\frac{65}{100}=0.65$ $t=\frac{7}{25}=\frac{28}{100}=0,28$

Quindi $t=0.28<y=0.63<z=0.65<x=0.8=0.80$

Pertanto l'ordine crescente è t, y, z, x, e la risposta è (C).

77C616 Quali sono le radici dell'equazione $x^2+3x-10=0$?

$$x_{1,2}=\frac{-3\pm\sqrt{9+40}}{2}=\frac{-3\pm 7}{2} \begin{array}{l}\nearrow 2\\ \searrow -5\end{array}$$ Le radici sono 2 e -5, e dunque la risposta esatta è (C).

77C643 Per $x>0$, $\ell=\log x+\log x+\log x$ è uguale a che cosa?

Per le proprietà delle potenze, si ha:

$\ell=3\cdot\log x=\log(x^3)$. La risposta esatta è dunque (B).

77C648 Quale delle seguenti affermazioni è esatta?

(A) Tutti i numeri pari sono divisibili per 4

(B) i numeri pari non sono mai divisibili per 4

(C) non tutti i numeri pari sono divisibili per 4

(D) i numeri divisibili per 4 non sono mai pari

(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

Notiamo che i numeri divisibili per 4 sono <u>sempre</u> pari, quindi (D) è falsa. Se consideriamo l'insieme dei numeri pari, vediamo che alcuni (4, 8, 12, 16, ...) sono divisibili per 4, mentre altri (2, 6, 10, 14, ...) non sono divisibili per 4. La risposta esatta è quindi (C).

77C652 Come sono fra di loro le rette di equazioni $y = x+3$ ed $x = y+10$?
La seconda retta la si scrive anche $y = x+10$. Dunque le due rette hanno lo stesso coefficiente angolare e quindi sono parallele. La risposta esatta è quindi (B). Ciò esclude tutte le altre risposte. Infatti due rette parallele non sono perpendicolari, non s'incontrano in nessun punto e non passano (tutte e due) per l'origine, in quanto naturalmente passerebbero per uno stesso punto.

77C658 A che cosa è uguale l'espressione $\frac{1}{2} - \frac{1}{2}$?
Ovviamente, è uguale a 0. La risposta esatta è (C).

77C659 A che cosa è uguale il numero $\left(\frac{1}{9}\right)^{-\frac{1}{2}}$?
Per le proprietà delle potenze, si ha:

$$\left(\frac{1}{9}\right)^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\left(\frac{1}{9}\right)^{1/2}} = \frac{1}{\frac{1}{9^{1/2}}} = 9^{1/2} = \sqrt{9} = 3.$$

La risposta esatta è (C).

77C660 A che cosa è uguale l'espressione $\frac{1}{6} - \frac{1}{4}$?
Notiamo che $6 = 2 \cdot 3$, $4 = 2^2$, e pertanto il minimo comune multiplo è $2^2 \cdot 3 = 4 \cdot 3 = 12$. Quindi si ha:
$\frac{1}{6} - \frac{1}{4} = \frac{2}{12} - \frac{3}{12} = -\frac{1}{12}$. La risposta esatta è (B).

77C673 Un numero a, positivo, viene diviso per il numero b, positivo e minore di 1. Com'è $\frac{a}{b}$?
Innanzi tutto $\frac{a}{b} > 0$, in quanto è il quoziente di due numeri positivi. Poiché $0 < b < 1$, si ha $\frac{1}{b} > 1$ (è lecito passare ai reciproci, in quanto $b > 0$), e quindi $\frac{a}{b} > a$. Pertanto la risposta giusta è (B).

77C675 Il valore assoluto della radice quadrata di un numero positivo $a<1$ è .....

(A) minore di a
(B) maggiore di a
(C) maggiore di 1
(D) negativo
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

Poiché $a>0$, allora $\sqrt{a}>0$, quindi $|\sqrt{a}|=\sqrt{a}$.
Essendo $0<a<1$, si ha anche $0<\sqrt{a}<1$, da cui, moltiplicando per $\sqrt{a}$, si ha $0<\sqrt{a}\cdot\sqrt{a}<\sqrt{a}$, cioè $0<a<\sqrt{a}$. Quindi $|\sqrt{a}|=\sqrt{a}>a$. La risposta esatta è dunque (B).

77C677 A che cosa è uguale $(a-1)^3$?
È uguale ad a^3-3a^2+3a-1 (la risposta esatta è (B)).
Facendo la prova, si ha: $(a-1)^3=(a-1)^2\cdot(a-1)=$
$=[(a-1)\cdot(a-1)]\cdot(a-1)=(a^2-a-a+1)\cdot(a-1)=(a^2-2a+1)\cdot$
$\cdot(a-1)=a^3-2a^2+a-a^2+2a-1=a^3-3a^2+3a-1$.

77C679 A che cosa è uguale $\ell=\dfrac{30}{0{,}0030}$?

Notiamo che $0{,}0030=\dfrac{30}{10'000}=\dfrac{30}{10^4}$. Infatti, "passare" da 30 a 0,0030 significa spostare la virgola decimale indietro di 4 posti, cioè dividere per $10^4=10'000$.

Quindi $\ell=\dfrac{30}{\frac{30}{10'000}}=30\cdot\dfrac{10'000}{30}=10'000$

La risposta esatta è (C).

77C707 Dei numeri che seguono, qual è quello che aumentato della sua quarta parte è uguale a 15?

(A) 9

(B) 15

(C) 150

(D) 3/4

(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

Si deve avere: $x+\frac{1}{4}x=15$, cioè $\left(1+\frac{1}{4}\right)x=15$, ossia $\frac{5}{4}x=15$. Quindi $x=\cancel{15}^{3}\cdot\frac{4}{\cancel{5}}=12$

12 non è nessuno dei quattro numeri indicati nelle risposte (A), (B), (C), (D), quindi la risposta giusta è (E).

77C708 Qual è il rapporto fra il volume V_1 di una piramide a base quadrata e quello di un parallelepipedo avente la stessa base e la stessa altezza?

Indichiamo l'area della base con A e l'altezza con h. Si ha: $V_1=\frac{Ah}{3}$ $V_2=Ah$, e quindi $\frac{V_1}{V_2}=\frac{\cancel{Ah}}{3}\cdot\frac{1}{\cancel{Ah}}=\frac{1}{3}$.

La risposta esatta è (B).

77C732 Quale dei seguenti logaritmi differisce dagli altri?

(A) $\log_2 8$

(B) $\log_4 64$

(C) $\log_e e^3$

(D) $\log_e 12$

(E) Quesito senza soluzione univoca o corretta

Notiamo che $2^3=2\cdot2\cdot2=8$, quindi $\log_2 8=3$. Inoltre, $4^3=4\cdot4\cdot4=16\cdot4=64$, quindi $\log_4 64=3$. Inoltre, $\log_e e^3=3$, per definizione di logaritmo. Ma $e^3\neq12$, quindi $3=\log_e e^3\neq\log_e 12$. Pertanto (D) è la risposta giusta.

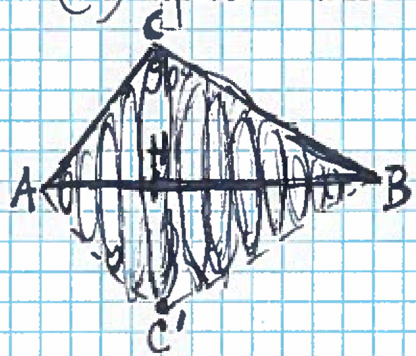
77C736

Se $x+\frac{1}{x}=2$, quanto vale $x^3+\frac{1}{x^3}$?

Se $x+\frac{1}{x}=2$, allora si ha $x\neq 0$ ed $x^2+1=2x$, quindi $x^2-2x+1=0$, cioè $(x-1)^2=0$, quindi $x=1$, $x^3=1$ ed $x^3+\frac{1}{x^3}=2$. La risposta esatta è quindi (A).

77C755 Un triangolo rettangolo, ruotando intorno all'ipotenusa, genera:

(A) due coni uniti per la base
(B) un prisma
(C) un tronco di cono
(D) un cono
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta



Sia C' il simmetrico di C rispetto all'ipotenusa AB. Il solido di rotazione è formato dai due coni, diciamo ACC' e BCC', che hanno la stessa base β. Se H è tale che CH è l'altezza del triangolo ABC rispetto alla base AB, allora β è il cerchio avente centro H e raggio HC. La risposta esatta è (A).

77C758 Una coppia vuole avere due figli dello stesso sesso; quant'è il numero minimo di figli che deve avere per essere sicura che almeno due siano dello stesso sesso?

Due figli non bastano, perché possono essere anche un maschio e una femmina. Nel caso di tre figli, o sono tutti e tre dello stesso sesso (e quindi siamo a posto) oppure c'è almeno un maschio e una femmina. Ma ovviamente il terzo figlio sarà o un maschio o una femmina, e quindi sicuramente il suo sesso sarà uguale a quello di uno degli altri due figli. In ogni caso, 3 figli sono sufficienti per avere almeno due figli dello stesso sesso. La risposta esatta è quindi (B).

77C761 Per un triangolo rettangolo, quali delle seguenti affermazioni è FALSA?

(A) Può essere scaleno
(B) Può essere isoscele
(C) Può essere equilatero
(D) Vale il teorema di Pitagora
(E) Quesito senza soluzione univoca o corretta

Notiamo che, in un triangolo equilatero, i tre angoli misurano $60°$. Quindi nessun angolo può misurare $90°$, e pertanto nessun triangolo rettangolo può essere equilatero. Quindi la risposta corretta è (C). Un triangolo rettangolo può essere sia scaleno (angoli di $90°, 30°, 60°$) sia isoscele ($90°, 45°, 45°$), e vale il teorema di Pitagora.

77C762 L'equazione $9 = 3 \cdot \frac{x}{4}$ ha come soluzione .....

Si ha: $x = \frac{9 \cdot 4}{3} = \frac{36}{3} = 12$. La risposta esatta è (D).

77C764. Nel piano cartesiano, le rette di equazioni
$r_1: y = 2x + a$ $\quad r_2: y = 2x - 3 - b$, con a e b diversi da 0, ...

Innanzi tutto sono parallele fra di loro (sono coincidenti nel caso particolare in cui $a = -3 - b$), e poiché il coefficiente angolare è 2, non sono né parallele all'asse delle ascisse, né parallele all'asse delle ordinate. Pertanto la risposta esatta è (A).

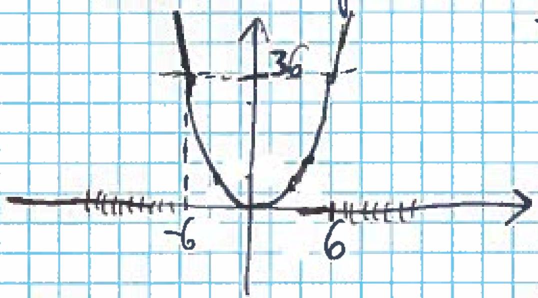
77C773 Un triangolo rettangolo è anche isoscele. La sua ipotenusa è lunga 1 m. Quanto vale l'area del triangolo?
Sia l la lunghezza del cateto del triangolo isoscele. Per il teorema di Pitagora, si ha $2l^2 = 1$, quindi $l^2 = \frac{1}{2}$. L'area del triangolo è $\frac{l^2}{2} = \frac{1}{4}\, m^2$. La risposta esatta è (D).

78E1 Se $\log_3 x = 5$, chi è x? Si ha: $x = 3^5 = 3^{4+1} = 3^4 \cdot 3^1 = 81 \cdot 3 = 243$ La risposta esatta è (B).

78 E2 Quali sono le radici dell'equazione $(x-a)\cdot(x+b)\cdot(x-c)=0$?
Sono $a, -b, c$. La risposta esatta è (B).

78 E4 A che cosa è uguale a^{-b}?
Si ha, per definizione: $a^{-b}=\frac{1}{a^b}$. La risposta esatta è (A).

78 E5 Per quali valori di x è $x^2>36$?
$x^2=36$ se e solo se $x=6$ oppure $x=-6$.
$x^2>36$ per valori esterni alle radici 6 e -6, cioè per $x<-6$ oppure $x>6$. La risposta giusta è (B).



78 E6 Il sistema $\begin{cases} ax+by=c \\ a_1x+b_1y=c_1 \end{cases}$ ha una e una sola soluzione se e solo se....
Consideriamo le rette r ed r_1 di equazioni
$r: ax+by=c \qquad r_1: a_1x+b_1y=c_1$
Il sistema considerato ammette una e una sola soluzione se e solo se le due rette si intersecano in un sol punto, cioè se e solo se non sono né parallele né coincidenti, se e solo se hanno diversi coefficienti angolari. Nel caso $b\neq0, b_1\neq0$ le equazioni delle rette si scrivono
$r: y=-\frac{a}{b}x+\frac{c}{b} \qquad r_1: y=-\frac{a_1}{b_1}x+\frac{c_1}{b_1}$.
e si deve avere
$-\frac{a}{b}\neq-\frac{a_1}{b_1}$, cioè $\frac{a}{b}\neq\frac{a_1}{b_1}$, ossia $ab_1\neq a_1b$, cioè $ab_1-a_1b\neq0$.
Nel caso $b=0$, la retta r è $ax=c$ con $a\neq0$ (altrimenti non sarebbe una retta), cioè $x=\frac{c}{a}$. In questo caso, r è parallela all'asse y, cioè verticale, e le due rette r ed r_1 si intersecano esattamente in un punto se e solo se r_1 non è verticale, se e solo se $b_1\neq0$, se e solo se $ab_1\neq0$ (in quanto $a\neq0$), se e solo se $ab_1-a_1b\neq0$ (in quanto $b=0$). Alla stessa conclusione ($ab_1-a_1b\neq0$) si perviene anche nel caso $b_1=0$ (scambiando b con b_1 ed a con a_1). Quindi la risposta esatta è: $ab_1-a_1b\neq0$, cioè (B).

78 E7 Se $x>0$ ed $y\neq 0$, quale delle seguenti affermazioni è vera?

(A) x^y è sempre maggiore di zero
(B) y^x è sempre maggiore di zero
(C) $\log(x\cdot y)$ è sempre maggiore di zero
(D) $x\cdot y$ è sempre maggiore di zero
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

Se $x>0$ ed y è reale, $y\neq 0$, si ha:
$x^y = e^{y\log_e x} > 0$, perché l'esponenziale è positivo sempre (ovvero: $x^y = 10^{y\log_{10} x}$)
Quindi la risposta giusta è (A).
La (B) è errata (per esempio $y=-1, x=3$: $(-1)^3=-1<0$)
La (C) è errata (per $x=\frac{1}{2}$, $y=1$ si ha $\log\frac{1}{2}<\log 1=0$; qui il logaritmo si intende in base e, ma si può mettere come base un qualsiasi numero maggiore di 1. Se la base b è minore di 1, allora per $x=2$, $y=1$ si ha: $\log_b 2<\log_b 1=0$)
La (D) è errata (per $x=3$ ed $y=-1$ si ha $x\cdot y=-3<0$).

78 E8 La disequazione $9(3x^2+2)>16(x-3)$ è soddisfatta:

(A) solo per $x<\frac{2}{3}$
(B) solo per $x<0$
(C) solo per $x>\frac{2}{3}$
(D) mai
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

Si ha: $9(3x^2+2)>16(x-3)$ se e solo se
$27x^2+18>16x-48$ se e solo se $27x^2-16x+66>0$
$\Delta=256-4\cdot 27\cdot 66=256-7128<0$ quindi il trinomio assume sempre lo stesso segno del primo coefficiente (27), cioè è positivo per tutti gli x reali. Pertanto la disequazione data è sempre soddisfatta, e quindi la risposta giusta è (E).

78 E 9 L'equazione di secondo grado $ax^2+b=0$ ha radici reali, quando ....

... il discriminante Δ è maggiore o uguale a 0, e quindi nel nostro caso $-4ab \geq 0$, cioè $ab \leq 0$, ossia a e b hanno segni opposti oppure almeno uno dei due è nullo (cioè, di fatto, $b=0$, perché a non può essere nullo, altrimenti non saremmo davanti a un'equazione di secondo grado)

78 E 11. A che cosa è uguale $\log(b^n)$, per $b>0$?
In base alle proprietà dei logaritmi, si ha:
$\log(b^n) = n \cdot \log b$. Quindi la risposta esatta è (A).

78 E 12. Se $\log_2 x = 9$, a che cosa è uguale x?
Per definizione di logaritmo, si ha $x = 2^9 = 512$.
La risposta esatta è (C)

78 E 13 Per quali valori reali è verificata la disuguaglianza $x^2 > x$?
Si ha $x^2 > x$ se e solo se $x^2 - x > 0$, cioè $x(x-1) > 0$
Le radici sono 0 e 1 e si prendono i valori esterni.
Pertanto si ottiene: $x < 0$ oppure $x > 1$. La risposta esatta è (B).

78 E 15 Risolvere il sistema $\begin{cases} x^2+y^2=1 \\ xy=\frac{1}{2} \end{cases}$

Innanzi tutto, osserviamo che $x=0$ non è soluzione del sistema, e quindi possiamo dividere per x. Si ha:
$y=\frac{1}{2x}$ $\quad y^2=\frac{1}{4x^2}$ $\quad x^2+\frac{1}{4x^2}=1$. Poniamo $z=x^2$.
Si ha: $z+\frac{1}{4z}=1$, e quindi $4z^2+1=4z$,
$4z^2-4z+1=0$, $(2z-1)^2=0$, $z=\frac{1}{2}$, $x^2=\frac{1}{2}$,
$x=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ oppure $x=-\frac{1}{\sqrt{2}}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$. Nel primo caso si ha $y=\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$, nel secondo caso si ha
$y=-\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{\sqrt{2}}=-\frac{1}{\sqrt{2}}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$. La risposta esatta è (D).

78E18 Risolvere l'equazione $x^2+49=0$. Osserviamo che $x^2+49 \geq 49 > 0$ per ogni numero reale x, quindi l'equazione data non ammette soluzioni nel campo dei numeri reali.
La risposta esatta è (C).

78E20 Una delle soluzioni dell'equazione $2x^2-5x+3=0$ è 1.
Qual è l'altra soluzione?

Si ha $x_{1,2} = \dfrac{5 \pm \sqrt{25-24}}{4} = \dfrac{5 \pm 1}{4}$ $\nearrow \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$, $\searrow \frac{4}{4} = 1$

Quindi l'altra soluzione è $\frac{3}{2}$; la risposta esatta è (C).

78E21 Il sistema di equazioni $\begin{cases} y-2=4-2x \\ x+\frac{y}{2}=3 \end{cases}$

(A) non ha soluzioni
(B) ha la sola soluzione $x=2$, $y=2$
(C) ha la sola soluzione $x=1$, $y=\frac{3}{2}+1$
(D) ha la sola soluzione $x=\frac{3}{2}$, $y=2$
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

Dalla prima equazione $y-2=4-2x$ si ha $y=-2x+6$.
Sostituendo nella seconda equazione otteniamo
$x+\frac{1}{2}(-2x+6)=3$, cioè $x-x+3=3$. Ma questa è un'identità, e pertanto il sistema dato è sempre verificato.

78E22 Se $x>0$ è proporzionale al quadrato di y, ed $y>0$ è inversamente proporzionale a $z>0$, allora come sono tra di loro x e z? oppure x e z^2?
In base ai dati del quesito, si ha che esistono due costanti reali positive h, K tali che $x=Ky^2$, $yz=h$.
Quindi $y^2z^2=h^2$, ed $xz^2=Ky^2z^2=Kh^2$. Pertanto xz^2 è una costante, e dunque x è inversamente proporzionale a z^2.

78 E 24 Qual è l'equazione di secondo grado che ha soluzioni 1 e -3?

È: $(x-1)\cdot(x+3)=0$, cioè $x^2-x+3x-3=0$, ossia $x^2+2x-3=0$. La risposta esatta è (B).

78 E 25 Per $a\neq 0$, l'equazione $ax+b=0$ ha soluzione ....
.... $x=-\frac{b}{a}$. La risposta esatta è (B)

78 E 26 Se $x=y-z$, allora a che cosa è uguale x^2?
Si ha: $x^2=(y-z)^2=y^2+z^2-2yz$. La risposta esatta è (C).

78 E 28 Risolvere la disequazione $x^2<-9$ nel campo dei numeri reali.
La disequazione data non ammette nessuna soluzione, in quanto x^2 è sempre un numero reale positivo o nullo, e non può essere minore di un numero negativo (-9).
La risposta giusta è (D).

78 E 29 Siano $a, b, c\neq 0$. Risolvere l'equazione
$$ab-\frac{bc}{x}=0 \quad (\text{con } x\neq 0).$$
Si ha: $ab=\frac{bc}{x}$, e quindi $a=\frac{c}{x}$, $\frac{1}{a}=\frac{x}{c}$, $x=\frac{c}{a}$.
La risposta esatta è (C).

78 E 31 Sostituendo nell'espressione $(a^2-b^2)/(b-a)^2$ i valori numerici $a=15$ e $b=18$, che cosa si ottiene?
Si ottiene: $\frac{15^2-18^2}{(15-18)^2}=\frac{225-324}{9}=-\frac{99}{9}=-11$.
La risposta esatta è (B)

78 E 33 Per $a>0$, a che cosa è uguale $\log a+\log a$?
Si ha: $\log a+\log a=2\log a=\log(a^2)$, per le proprietà fondamentali dei logaritmi. La risposta esatta è (C).

78 E 34 Risolvere l'equazione $3x^5+96=0$. Si ha: $3x^5=-96$
$x^5=-\frac{96}{3}=-32$, da cui $x=-\sqrt[5]{32}=-2$. La risposta esatta è (A).

78 E 36. Per $x>0$, $x \cdot \log x$ a che cosa è uguale?

Si ha: $x \cdot \log x = \log(x^x)$, per le principali proprietà dei logaritmi. La risposta esatta è (A).

78 E 37 Che cosa si indica con l'espressione $3i$?

Un numero complesso. La risposta esatta è (C).

78 E 39 L'equazione $x^2+3x-28=0$

(A) non ha radici reali

(B) ha due radici reali e la negativa ha valore assoluto minore

(C) ha due radici reali e la negativa ha valore assoluto maggiore

(D) ha due radici reali coincidenti

(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

In base a quello che è stato detto al quesito 77 E 98, l'equazione presenta prima una permanenza e poi una variazione (del segno dei coefficienti). Alla permanenza corrisponde una radice reale negativa, mentre alla variazione corrisponde una radice reale positiva. La permanenza è quella che viene prima, e quindi la radice negativa è quella che ha valore assoluto maggiore. La risposta esatta è (C).

78 E 41. Siano a e b diversi da zero. A che cosa è uguale $\frac{a+b}{ab}$?

Si ha: $\frac{a+b}{ab} = \frac{a}{ab} + \frac{b}{ab} = \frac{1}{b} + \frac{1}{a} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$. La risposta esatta è (A).

78 E 43: Due grandezze si dicono direttamente proporzionali ...

... quando il loro rapporto ha un valore costante. La risposta esatta è (C).

78 E 46. A che cosa è uguale $\ell = 5x^5+4x^4+x^3-(2x^5+x^4-2x^3)$?

Si ha: $\ell = 5x^5-2x^5+4x^4-x^4+x^3+2x^3 = 3x^5+3x^4+3x^3 =$
$= 3x^3(x^2+x+1)$. La risposta esatta è (D).

78 E 47 Per $a \neq 0$, a che cosa è uguale $\ell = \left(\frac{1}{a}+\frac{1}{2a}+\frac{1}{4a}\right)^{-1}$?

Si ha: $\ell = \dfrac{1}{\frac{1}{a}+\frac{1}{2a}+\frac{1}{4a}} = \dfrac{1}{\frac{4+2+1}{4a}} = \dfrac{1}{\frac{7}{4a}} = \dfrac{4a}{7}$.

La risposta esatta è (A).

78 E 48. Per quali valori reali di x la funzione $y=(ax)^2+3$ ha valori positivi?

(A) solo $x=a$

(B) solo $x=3$

(C) nessuno

(D) $x>0$

(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

$(ax)^2$ è sempre una quantità positiva o nulla, e quindi $(ax)^2+3$ è sempre positivo, per tutti i valori reali di x. Pertanto la risposta giusta è (E).

78 E 49 L'equazione $x^2-(\sqrt{5}+1)x+\sqrt{5}=0$

(A) ha due radici reali negative

(B) ha due radici reali, una positiva e l'altra negativa

(C) ha due radici reali positive

(D) non ha radici reali

(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

Innanzi tutto osserviamo che il discriminante è $\Delta=(\sqrt{5}+1)^2-4\sqrt{5}=$
$=6+2\sqrt{5}-4\sqrt{5}=6-2\sqrt{5}=2\cdot(3-\sqrt{5})>0$, in quanto $\sqrt{5}\simeq 2.23$.
Quindi l'equazione data ha due radici reali distinte.
La successione dei segni dei coefficienti è $+\ -\ +$, quindi ci sono due variazioni, e pertanto le due radici sono positive. La risposta giusta è (C).

78 E 56. A che cosa corrisponde $\sqrt[3]{a^6b^2}$? Si ha:

$$\sqrt[3]{a^6b^2}=\sqrt[3]{a^6}\cdot\sqrt[3]{b^2}=(a^6)^{\frac{1}{3}}\cdot b^{\frac{2}{3}}=a^{\frac{6}{3}}\cdot b^{\frac{2}{3}}=a^2b^{\frac{2}{3}}=a^2\sqrt[3]{b^2}$$

La risposta giusta è (D).

78 E 59 A che cosa corrisponde il grado di un polinomio?
Al grado del monomio di grado massimo. La risposta giusta è (D).

78 E 60: L'equazione $x^3+x^2-x=0$

(A) non ha radici reali
(B) ha una radice tripla (tre radici coincidenti)
(C) ha una radice reale e due radici complesse
(D) ha tre radici reali distinte
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

L'equazione data la si scrive anche $x(x^2+x-1)=0$: ammette la radice $x=0$ e altre due radici reali, l'una positiva e l'altra negativa. Dunque, tre radici reali distinte. La risposta esatta è (D).

78 E 62 I numeri reali sono l'insieme dei numeri ...... razionali ed irrazionali. La risposta esatta è (B)

78 E 63 Il logaritmo decimale di un numero può essere negativo? Sia $x>0$. Tenendo conto delle proprietà delle funzioni inverse e del logaritmo, si ha: $\log_{10} x < 0$ se e solo se $x = 10^{\log_{10} x} < 10^0 = 1$ cioè $x<1$. Quindi $\log_{10} x < 0$ se e solo se $0<x<1$. La risposta esatta è (C).

78 E 64 Per quali valori di m risulta vera l'uguaglianza $m=\sqrt{m^2}$? Si ha: $\sqrt{m^2}=|m|$, in generale. Quindi l'uguaglianza considerata è vera se e solo se $|m|=m$, cioè se e solo se $m \geq 0$.
La risposta esatta è (B).

78 E 65 Nel campo dei numeri complessi, l'equazione $x^3=1$ ammette:

(A) solo la radice 1
(B) tre radici reali
(C) una radice reale e due radici complesse coniugate
(D) tre radici complesse
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

Nel campo dei numeri reali, si ha: $x^3=1$ se e solo se $x=1$. Le radici (nei complessi) sono in totale 3, perché l'equazione è di terzo grado, e quindi le altre due radici sono complesse coniugate. La risposta esatta è dunque (C).

78 E 67 La disequazione $x \cdot (x+1) < 0$ è verificata per valori di x ....

...... interni all'intervallo $]-1, 0[$, estremi esclusi (le radici sono 0 e -1). Quindi la risposta giusta è (C).

78 E 70 Il valore di x tale che $e^x = 2$ è .....

..... $x = \log_e 2$. Quindi la risposta giusta è (B)

78 E 72 Il 5% del 10% di un numero è 1. Qual è il numero?

Ricordiamo, come visto in altri quesiti, che $k\% = \frac{k}{100}$.

Indicando con x il numero da determinare, si deve avere

$\frac{5}{100} \cdot \frac{10}{100} x = 1$, cioè $\frac{50}{1000} x = 1$, da cui $x = \frac{1000}{50} = 200$.

La risposta esatta è dunque (B).

78 E 73. Risolvere la disequazione $\frac{1}{x} < -1$.

Notiamo innanzi tutto che la disequazione non è mai soddisfatta per $x > 0$: infatti un numero positivo non può essere minore di un numero negativo (-1).

Per $x = 0$, la scrittura $\frac{1}{x}$ non ha senso.

Sia ora $x < 0$. Poniamo $t = -x$: si ha $x = -t$, $t > 0$

Quindi $\frac{1}{x} < -1$ se e solo se $-\frac{1}{t} < -1$ se e solo se $\frac{1}{t} > 1$ se e solo se $t < 1$, ossia $-x < 1$, cioè $x > -1$. Quindi la disequazione data è soddisfatta se e solo se $-1 < x < 0$.

La risposta esatta è (D)

78 E 75 A che cosa è uguale $a^m \cdot a^n$?

Si ha: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$. La risposta esatta è (A).

78 E 76 Risolvere l'equazione $x - 4 \cdot (2-x) = -33$

Si ha: $x - 8 + 4x = -33$, quindi $5x = -25$, da cui $x = -5$.

La risposta giusta è quindi (B).

78 E 78 Per $y \neq 0$, l'espressione $x - y^{-1}$ equivale all'espressione

(A) $(xy-1)/y$
(B) $(y-x)/(x \cdot y)$
(C) $(x/y)-1$
(D) $(x-1)/y$
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

Si ha: $\frac{xy-1}{y} = x \cdot \frac{y}{y} - \frac{1}{y} = x - \frac{1}{y} = x - y^{-1}$

Quindi la risposta corretta è (A).

Tra l'altro, si può vedere che le altre risposte non sono corrette.

Si ha: $\frac{y-x}{x \cdot y} = \frac{y}{xy} - \frac{x}{xy} = \frac{1}{x} - \frac{1}{y} \neq x - \frac{1}{y}$

e quindi (B) non è la risposta corretta.

Inoltre si ha: $\frac{x}{y} - 1 = \frac{x-y}{y}$, mentre $x - y^{-1} = x - \frac{1}{y} =$
$= \frac{xy-1}{y} \neq \frac{x-y}{y}$, quindi (C) non è la risposta esatta.

Inoltre si ha: $\frac{x-1}{y} \neq \frac{xy-1}{y} = x - \frac{1}{y}$

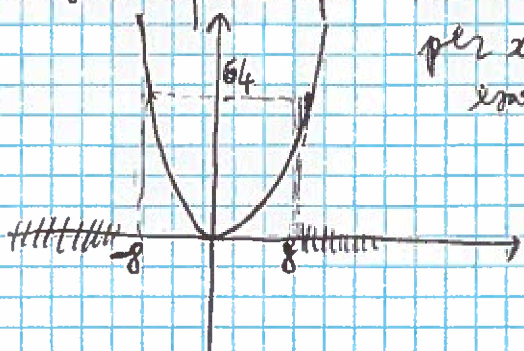
Neanche (D) è la risposta giusta.

78 E 81 Dati due numeri positivi a, b, a che cosa è uguale $\log\left(\frac{a}{b}\right)$?

Si ha: $\log\left(\frac{a}{b}\right) = \log a - \log b$. La risposta esatta è (B).

78 E 82 Quali sono tutti i valori di x per cui $x^2 > 64$?

$x^2 = 64$: le radici sono 8 e -8; quindi la disequazione è soddisfatta per valori esterni alle radici 8 e -8, cioè per $x < -8$ oppure $x > 8$. La risposta esatta è (B).



78 E83 La radice cubica di un numero reale x, con $0<x<1$, è

(A) un numero reale negativo
(B) un numero maggiore di x
(C) un numero minore di x
(D) non è un numero reale
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

Innanzi tutto $\sqrt[3]{x}$ è un numero reale per ogni numero reale x, e quindi la risposta (D) è da escludere. Inoltre, essendo $x>0$, allora anche $\sqrt[3]{x}>0$, quindi anche la risposta (A) è falsa. Ora, confrontiamo x con $\sqrt[3]{x}$, tenendo conto che $0<x<1$. Da ciò si ricava: $0=0^{\frac{2}{3}}<x^{\frac{2}{3}}<1^{\frac{2}{3}}=1$, quindi
$\frac{\sqrt[3]{x}}{x}=\frac{x^{\frac{1}{3}}}{x}=x^{-\frac{2}{3}}$ (perché $=x^{\frac{1}{3}-1}$) $=\frac{1}{x^{2/3}}$, tenendo conto delle proprietà fondamentali delle potenze. Poiché $x^{\frac{2}{3}}$ è positivo e minore di 1, allora, passando ai reciproci, si ha $\frac{1}{x^{2/3}}>1$. Quindi $\frac{\sqrt[3]{x}}{x}>1$, cioè $\sqrt[3]{x}>x$. La risposta esatta è (B).

78 E86 Risolvere l'equazione $0{,}02\cdot x+4=14$.
Si ha: $0{,}02\cdot x=10$, cioè $x=\frac{10}{0{,}02}=\frac{10}{\frac{2}{100}}=$
$=10\cdot\frac{100}{2}=500$. La risposta esatta è (C).

78 E88 A che cosa è uguale $(a+b)^2$?
Si ha: $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$. La risposta esatta è (C).
Facendo una prova: $(a+b)^2=(a+b)\cdot(a+b)=a^2+ab+ab+b^2=a^2+2ab+b^2$.

78 E89 I logaritmi con base 10 sono detti ...
... decimali. La risposta esatta è (C).

78 E91. Quanto vale l'espressione $\ell=(3a^2)^3+(9b)^2$?
Si ha: $\ell=3^3\cdot(a^2)^3+9^2\cdot b^2=27\cdot a^{2\cdot3}+81b^2=27a^6+81b^2$.
La risposta esatta è (B).

78 E 92. Un bambino possiede x caramelle e se ne avesse il triplo ne avrebbe 6 in meno della sorella, che ne ha 18. Chi è x?
Si ha: $3x = 18 - 6 = 12$, e quindi $x = 4$. La risposta esatta è (B).

78 E 96 Detta k una costante, l'affermazione "x ed y sono inversamente proporzionali" equivale a dire che...
...$xy = k$. La risposta esatta è (C).

78 E 98 Risolvere l'equazione $9 = \frac{3x}{4}$. Si ha: $36 = 3x$, e quindi $x = 12$. La risposta esatta è (D).

78 E 99. I logaritmi in base 10 di quattro numeri positivi x, y, z, t sono: $\log_{10} x = 2{,}7$; $\log_{10} y = -1.25$; $\log_{10} z = 1.5$; $\log_{10} t = -1.7$.
Elencare in ordine crescente i numeri x, y, z, t.
Poiché la base del logaritmo è maggiore di 1, lo scopo del quesito è equivalente ad elencare in ordine crescente i numeri $\log_{10} x$, $\log_{10} y$, $\log_{10} z$, $\log_{10} t$. Si ha:

$$-1.7 < -1.25 < 1.5 < 2.7 \text{ , cioè}$$

$$\log_{10} t < \log_{10} y < \log_{10} z < \log_{10} x \text{ , da cui } t < y < z < x.$$

La risposta esatta è quindi (B).

78 E 101 Quali sono le soluzioni dell'equazione $x(x-a) = 0$?
Le soluzioni sono 0 ed a. Quindi la risposta esatta è (C).

78 E 102 Data l'equazione $2x^2 + bx + c = 0$, qual è la coppia di valori di b e c che produce le soluzioni 11 e 3?
L'equazione data si scrive anche $x^2 + \frac{b}{2}x + \frac{c}{2} = 0$.
Al quesito 77 C 98 è stato detto che, se x_1 ed x_2 sono le due soluzioni di un'equazione di secondo grado, allora essa si scrive come $x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1 x_2 = 0$ (perché è come dire $(x - x_1) \cdot (x - x_2) = 0$). Nel nostro caso, $x_1 = 11$, $x_2 = 3$, e quindi $x_1 + x_2 = 14$, $x_1 x_2 = 33$. Per il principio di identità dei polinomi, si deve avere $\frac{b}{2} = -14$, $\frac{c}{2} = 33$, da cui $b = -28$, $c = 66$.
La risposta corretta è quindi (C).

78 E 103 Il logaritmo in base 7 di un numero $x > 0$ è un numero y tale che .....

$7^y = x$ La risposta esatta è (D)

78 E 106 Per x, y, z diversi da zero, il quoziente tra i monomi $4xy^5z$ e $2xy^3z^{-3}$ a che cosa è uguale?

Si ha: $\frac{4xy^5z}{2xy^3z^{-3}} = 2y^{5-3}z^{1-(-3)} = 2y^2z^4$.

La risposta esatta è (A).

78 E 108 Qual è la soluzione della disequazione $(x+3)\cdot(x+5) > (x+1)\cdot(x+9)$?

Si ha: $(x+3)\cdot(x+5) > (x+1)\cdot(x+9)$ se e solo se $x^2+15+8x > x^2+10x+9$ se e solo se $6 > 2x$ se e solo se $x<3$.

La risposta esatta è (C).

78 E 111 Per $a, b, x \neq 0$, se il rapporto tra a e b è uguale al rapporto tra b ed x, allora il valore di x è ....

Si ha: $\frac{a}{b} = \frac{b}{x}$, quindi $\frac{x}{b} = \frac{b}{a}$, da cui $x = \frac{b^2}{a}$ Risposta giusta: (C)

78 E 115 Data la funzione $y = a + bx$, se x si raddoppia, di quanto aumenta y?

Si ha $y_{new} = a + b\,x_{new} = a + 2bx$. Pertanto y aumenta di $a + 2bx - (a+bx) = a + 2bx - a - bx = bx$. La risposta esatta è (D).

78 E 116 Quanto vale $\log_2 4^k$?

Per le proprietà delle potenze e delle funzioni inverse, si ha:

$\log_2 4^k = \log_2 (2^2)^k = \log_2 2^{2k} = 2k$

78 E 118 Qual è la soluzione del sistema $\begin{cases} x+y=2 \\ \frac{x}{2} - y = 1 \end{cases}$?

Si ha, dalla prima equazione: $y = 2 - x$.

Sostituendo nella seconda equazione, si ha $\frac{x}{2} - 2 + x = 1$, cioè $\frac{3}{2}x = 3$. Quindi $x = 3 \cdot \frac{2}{3} = 2$ $y = 2 - 2 = 0$. Pertanto $\begin{cases} x=2 \\ y=0 \end{cases}$ è la soluzione del sistema. La risposta esatta è (A).

78E 120 A che cosa è uguale $(x+y)\cdot(x-y)$?
Si ha: $(x+y)\cdot(x-y) = x^2 \cancel{+yx} \cancel{-xy} - y^2 = x^2 - y^2$.
La risposta giusta è (A).

78 E 123. Qual è la radice dell'equazione $4x^5 + 128 = 0$?
Si ha: $4x^5 = -128$, $x^5 = -\frac{128}{4} = -32$. Pertanto
$x = \sqrt[5]{-32} = -2$. La risposta esatta è (A).

78 E 124 Quali sono le radici dell'equazione $x^2+4x+4=0$?
Si ha: $x^2+4x+4=(x+2)^2$. Quindi l'equazione data ammette la radice -2 (doppia). La risposta giusta è (D).

78 E 128 Risolvere l'equazione $8x+4=6$
Si ha: $8x=6-4=2$ $x=\frac{1}{4}$. La risposta giusta è (A).

78 E 130 Un'equazione di secondo grado ha come unica radice -1.
Quant'è il suo discriminante?
Un'equazione di secondo grado ha due radici reali coincidenti se e solo se il suo discriminante è 0. La risposta esatta è (D).

78 E 139 La somma di due numeri x ed y è 20, e la loro differenza è 8.
Quanto valgono x ed y?
Si ha: $x+y=20$, $x-y=8$. Sommando le due equazioni si ottiene $2x=28$, e quindi $x=14$. Poi si ottiene $14+y=20$, quindi $y=6$.
La risposta esatta è (A).

78E 140 Quali sono le soluzioni dell'equazione $(x-2)(x+2)=1$?
Si ha: $x^2-4=1$, quindi $x^2=5$. Le soluzioni sono $\sqrt{5}$ e $-\sqrt{5}$.
La risposta esatta è (D).

78 E 141 L'espressione x^2-2x-1 è uguale a
(A) $x\cdot(x-2)-1$
(B) $(x-1)\cdot(x+1)$
(C) $(x+1)^2$
(D) $(1-x)^2$
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta
Si ha: $x\cdot(x-2)-1 = x^2-2x-1$, quindi (A) è la risposta giusta. Tra l'altro: $(x-1)\cdot(x+1) = x^2-1$, quindi (B) è errata. Inoltre $(x+1)^2 = x^2+2x+1$, quindi (C) non è corretta, e $(1-x)^2 = 1+x^2-2x = x^2-2x+1$, e pertanto (D) è errata.

78 E 142 Le radici dell'equazione $x^2+3x=28$ sono
(A) una sola
(B) due, positive
(C) due, di segno diverso
(D) due, negative
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta.

L'equazione data la possiamo scrivere anche $x^2+3x-28=0$. La successione dei segni dei coefficienti associati è: + + −. Pertanto (vedi quesito 77C98) il trinomio presenta una permanenza (a cui corrisponde una radice negativa) e una variazione (a cui corrisponde una radice positiva).
Quindi la risposta giusta è (C).

78 E 147 Se $b \neq 0$ e $d \neq 0$, a che cosa equivale $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}$?
Si ha: $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad+bc}{bd}$. La risposta esatta è (C).

78 E 149 Quali sono le soluzioni del sistema $\begin{cases} x+y=1 \\ x-y=0 \end{cases}$?
Sommando le due equazioni si ottiene: $2x=1$.
Quindi $x=\frac{1}{2}$, $y=\frac{1}{2}$. La risposta giusta è (C).

78 E 151 Per quali valori di x è soddisfatta la disequazione $x^2<x$?
Si ha: $x^2<x$ se e solo se $x^2-x<0$ se e solo se $x(x-1)<0$.
Le radici sono 0 e 1, e si prendono i valori <u>interni</u>. Quindi la disequazione data è soddisfatta per $0<x<1$. La risposta esatta è (C).

78 E 154. Data l'equazione $5\log x=\log 32$, si può affermare che x è uguale a
(A) $1/2$
(B) 8
(C) 5
(D) $4/2^{-1/2}$
(E) quesito senza soluzione univoca e corretta

Per le proprietà dei logaritmi, si ha $\log(x^5)=5\log x=\log 32$, e pertanto $x^5=32$, da cui $x=2$, che non è nessun valore di quelli indicati in (A), (B), (C) e (D). La risposta esatta è (E).

78 E 156 Se $x>0$ e $k>0$, quanto vale $\log(x\cdot k)$?
Si ha: $\log(x\cdot k) = \log x + \log k$, per le propietà dei logaritmi. La risposta esatta è (B).

78 E 157: L'equazione $3^x = -9$ ha come soluzione $x =$
(A) 2
(B) -2
(C) $-1/2$
(D) $1/2$
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

Se esistesse una soluzione x dell'equazione data, allora dovrebbe essere $x = \log_3 -9$. Ma, nel campo dei numeri reali, non esistono logaritmi di numeri negativi. Tra l'altro, la quantità 3^x è sempre positiva, e quindi non può essere mai uguale a -9. L'equazione data non ammette soluzioni, e pertanto la risposta giusta è (E).

78 E 159 Quando è vero che $\log_{10}(-a) + \log_{10}(-b) = \log_{10} ab$?
Si deve avere: $-a>0$, $-b>0$ affinché abbia senso il primo membro, cioè $a<0$ e $b<0$. In tal caso è automaticamente vero che $ab>0$, quindi ha senso anche il secondo membro. Visto che $(-a)\cdot(-b)=ab$, l'uguaglianza data è vera, per le propietà dei logaritmi, ma solo dove ha senso, cioè per $a<0$ e $b<0$. La risposta esatta è (C).

78 E 161 Risolvere l'equazione $4\left(y-\frac{1}{4}\right)=1$. Si ha: $4y-1=1$, $4y=2$, e quindi $y=\frac{1}{2}=0.5$. La risposta esatta è (B).

78 E162 Siano $a, b, c > 0$ tali che $ab > c$. Quali delle seguenti disuguaglianze risulta NON vera?

(A) $-a < -c/b$

(B) $abc > c^2$

(C) $b^2/c > b/a$

(D) $a/c < 1/b$

(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

Se $a, b, c > 0$ ed $ab > c$, allora si ha $a > \frac{c}{b}$, e quindi $-a < -\frac{c}{b}$. Dunque, (A) non è la risposta giusta del quesito. Inoltre, sempre dalle ipotesi, moltiplicando per c (numero positivo), si ottiene $abc > c^2$, e quindi neanche (B) è la risposta giusta del quesito. Inoltre, siccome $ab > c$ ed a, b, c sono tre numeri positivi, allora, passando ai reciproci, si ottiene $\frac{1}{ab} < \frac{1}{c}$, cioè $\frac{1}{c} > \frac{1}{ab}$. Moltiplicando per b^2 entrambi i membri di quest'ultima disuguaglianza, otteniamo $\frac{b^2}{c} > \frac{b^2}{ab} = \frac{b}{a}$. Quindi neanche (C) è la risposta esatta del quesito. Da $ab > c$, dividendo entrambi i membri per c, otteniamo $\frac{ab}{c} > 1$. Moltiplicando ancora entrambi i membri per $\frac{1}{b}$, si ottiene $\frac{ab}{c} \cdot \frac{1}{b} > \frac{1}{b}$, cioè $\frac{a}{c} > \frac{1}{b}$. Quindi la disuguaglianza in (D) non è vera, essendo vera quella opposta. La risposta corretta del quesito è (D).

78 E165 Risolvere l'equazione $0.01x + 4 = 1$.

Si ha: $0.01x = -3$, e quindi $x = \frac{-3}{0.01} = (-3) \cdot 100 = -300$. Pertanto (D) è la risposta giusta.

78 E166 Se il discriminante di un'equazione di secondo grado è negativo, come sono le radici dell'equazione?

Sono complesse coniugate, e quindi non sono reali. La risposta esatta è (A).

78 E 167. Se l'equazione $x^2+ax+b=0$ ha soluzioni 5 e 1, quanto vale il discriminante?

L'equazione è $(x-5)\cdot(x-1)=0$, cioè $x^2-6x+5=0$.
Il discriminante Δ vale $36-20=16$. La risposta giusta è (B).

78 E 169 A che cosa è uguale $\log_{16}(4^{1/3})$?

Notiamo che $4=\sqrt{16}$, cioè $4=16^{1/2}$. Quindi $4^{1/3}=(16^{1/2})^{1/3}=$
$=16^{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}}=16^{\frac{1}{6}}$, per le proprietà delle potenze ($(a^b)^c=a^{bc}$, dove ha senso). Quindi $\log_{16}(4^{1/3})=\log_{16}(16^{1/6})=\frac{1}{6}$, e dunque la risposta giusta è (A).

78 E 172 Quanto vale (dove ha senso) $a^{(x+r)}$?

Si ha, per le proprietà delle potenze:
$a^{(x+r)}=a^x\cdot a^r$ La risposta giusta è (B)

78 E 173 Nel campo dei numeri reali, l'espressione $\log(x^2)$ ha significato ....

... solo e quando $x^2>0$, cioè $x\neq 0$.
La risposta esatta è (B).

78 E 175 Risolvere il sistema $\begin{cases} x+y=1 \\ 2x-2y=-4 \end{cases}$

Dalla prima equazione otteniamo $y=1-x$. Sostituendo nella seconda equazione, si ha: $2x-2(1-x)=-4$, cioè $2x-2+2x=-4$, ossia $4x=-2$ $x=-\frac{1}{2}$ $y=1-(-\frac{1}{2})=$
$=1+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$. Quindi $\begin{cases} x=-\frac{1}{2} \\ y=\frac{3}{2} \end{cases}$ La risposta esatta è (A)

78 E 181 L'espressione $l=(4+2x+12y)/2$ si può ridurre a:
(A) $2+2\cdot(x+6y)$
(B) $4+y+6x$
(C) $2+x+6y$
(D) $4+x+6y$
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

Si ha: $l=2+x+6y$, e quindi la risposta corretta è (C).
N.B.: L'espressione in (A) è $2+2x+12y$, e non come in (C).

78 E 182 A che cosa è uguale $\ell = -\dfrac{2^6 - x^2}{x-8}$?

Tenendo conto dell'identità $(a+b)\cdot(a-b) = a^2 - b^2$, si ha:

$$\ell = -\frac{64 - x^2}{x-8} = \frac{x^2-64}{x-8} = \frac{(x+8)\cdot(x-8)}{x-8} = x+8.$$

La risposta giusta è (B).

78 E 184 Sostituendo nell'espressione $V = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ i valori numerici $a=2, b=3$, che cosa risulta?

Si ha: $V = (a-b)^3$. Per $a=2$ e $b=3$ otteniamo $V = (2-3)^3 = (-1)^3 = -1$. La risposta giusta è (B).

78 E 185 Quali sono le soluzioni dell'equazione $x^2 + x = 0$?

L'equazione data si scrive anche $x(x+1) = 0$. Quindi le radici sono 0 e −1. La risposta esatta è (B).

78 E 187 Risolvere l'equazione $-\log_4 x = \frac{1}{2}$.

Si ha: $-\log_4 x = \frac{1}{2}$ se e solo se $\log_4 x = -\frac{1}{2}$ se e solo se

$$x = 4^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{4^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{4}} = \frac{1}{2}.$$ La risposta esatta è (D).

78 E 189 Risolvere l'equazione $5^{2x} = 1$

L'equazione data si scrive anche $5^{2x} = 5^0$, quindi $2x = 0$, cioè $x = 0$. La risposta esatta è (A).

78 E 190. Sostituendo nell'espressione $V = \dfrac{a^3 - b^3}{a-b}$ i valori numerici $a=4$ e $b=5$, che cosa risulta?

$$V = \frac{4^3 - 5^3}{-1} = 5^3 - 4^3 = 125 - 64 = 61.$$ La risposta esatta è (C).

78 E 195 Trovare la soluzione dell'equazione $\dfrac{1}{y} = 10$

Si ha: $y = \frac{1}{10} = 0.1$. La risposta esatta è (A).

78 E 196 Quanto vale $\ell = \log_2 32$?

Si ha: $\ell = 5$, perché $2^5 = 32$. La risposta esatta è (C).

78 E 198 Posto $a=1$ trovare b e c nell'equazione $ax^2 + bx + c = 0$ avente radici 7 e 2

L'equazione di secondo grado avente radici 7 e 2 è: $(x-7)\cdot(x-2) = 0$, ossia $x^2 - 7x - 2x + 14 = 0$, cioè $x^2 - 9x + 14 = 0$. Quindi $b = -9$ e $c = 14$. La risposta esatta è (C).

78 E 199 Quale dei seguenti numeri differisce dagli altri?

(A) $\log_2 8$
(B) $\log_5 125$
(C) $\log_e (e^3)$
(D) $\log_3 16$
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

Si ha: $2^3 = 8$, e quindi $\log_2 8 = 3$. Inoltre $5^3 = 125$, e pertanto $\log_5 125 = 3$. Per definizione di logaritmo, $\log_e (e^3) = 3$. Ma $3^3 = 27$ e non 16, e quindi $\log_3 16 \neq 3$.
Quindi la risposta esatta è (D).

79 E 215 Quale dei seguenti numeri è il massimo?

(A) 2,5
(B) 1
(C) $\pi/4$
(D) $\pi/2$
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

Notiamo che $\pi/2 \simeq 1.57$, e quindi è più grande sia di 1 sia di $\pi/4$, mentre è più piccolo di 2,5. Quindi il massimo è 2,5, e la risposta giusta è (A).

79 E 216 Quali delle seguenti potenze è uguale a un numero reale?

(A) $(-4)^{1/6}$
(B) $(-4)^{1/2}$
(C) $(-4)^{1/4}$
(D) $(-4)^{1/3}$
quesito senza soluzione univoca o corretta

Notiamo che in (A), (B), (C) ci sono radici di ordine pari (rispettivamente 6, 2, 4) di numeri negativi, e quindi queste quantità non sono numeri reali. Invece $(-4)^{1/3} = \sqrt[3]{-4}$ che è un numero reale, perché le radici di ordine DISPARI di numeri reali negativi sono numeri reali negativi.
La risposta esatta è (D).

79 E 217 A che cosa è uguale $8^{\frac{2}{3}}$ (nell'insieme dei numeri reali)?
Si ha: $8^{\frac{2}{3}} = (2^3)^{\frac{2}{3}} = 2^{3\cdot\frac{2}{3}} = 2^2 = 4$, in virtù della propietà $(a^b)^c = a^{b\cdot c}$, dove ha senso. Quindi il risultato è 4 e la risposta esatta è (B).

79 E 218 A che cosa è uguale $l = \log_{10} 4 + \log_{10} 3$?
Per le propietà dei logaritmi si ha: $l = \log_{10}(4\cdot 3) = \log_{10} 12$ (detto in modo semplice, "il logaritmo di un prodotto è uguale alla somma dei logaritmi").
La risposta esatta è (A).

79 E 219 A che cosa è uguale la decima parte di 10^{20}?
Si ha per le propietà delle potenze: $\frac{10^{20}}{10} = 10^{20}\cdot 10^{-1} = 10^{20-1} = 10^{19}$. La risposta esatta è (D).

79 E 221 Se il 3% di N è 15, quanto è N?
Ricordiamo che, come visto in altri quesiti precedenti, detto in modo semplice, $3\% = \frac{3}{100}$, quindi si ha
$\frac{3}{100}N = 15 \quad N = \frac{15\cdot 100}{3} = 5\cdot 100 = 500$. La risposta esatta è (B).

79 E 223 A quanto è uguale $l = \frac{10^{-12}}{10^3}$?
Si ha: $l = 10^{-12}\cdot 10^{-3} = 10^{-12-3} = 10^{-15}$, in virtù delle propietà delle potenze. La risposta esatta è (B).

79 E 226 Il logaritmo decimale di un numero compreso fra 0 e 1...
Se $0 < x < 1$, allora $\log_{10} x < \log_{10} 1 = 0$. Quindi questo logaritmo decimale ($\log_{10} x$) è negativo. La risposta esatta è (C).

79 E 228 Dati i numeri $0{,}8;\ -\frac{1}{3};\ \frac{11}{7};\ -0{,}2;\ \frac{7}{11}$, qual è il valore della differenza fra il maggiore e il minore?
Il più grande dei cinque numeri dati è $\frac{11}{7}$, perché è positivo e maggiore di 1, mentre $0<\frac{7}{11}<1$ e $0<0{,}8<1$. Il più piccolo è $-\frac{1}{3}=-0{,}\overline{3}<-0{,}2$. Quindi la differenza fra il più grande e il più piccolo è $\frac{11}{7}-\left(-\frac{1}{3}\right)=\frac{11}{7}+\frac{1}{3}=\frac{33+7}{21}=\frac{40}{21}$.
La risposta esatta è (D).

79 E 229 Il 3% di una certa somma S è 60'000. Quanto è S?
Ricordiamo che $3\%=\frac{3}{100}$, come è stato detto in diversi quesiti precedenti. Quindi si ha: $\frac{3}{100}S=60'000$, da cui
$S=\frac{60'000\cdot 100}{3}=20'000\cdot 100=2'000'000$. La risposta giusta è (D).

79 E 230. A che cosa è uguale -2^{-3}?
Si ha: $-2^{-3}=-\frac{1}{2^3}=-\frac{1}{8}=-0.125$. La risposta esatta è (C).

79 E 231 Quanti sono i divisori (con resto nullo) del numero 100, 1 e 100 compresi?
Si ha $=100=10^2=(2\cdot 5)^2=2^2\cdot 5^2$ (decomposizione in fattori primi).
I divisori di 100, oltre 1 e 100, sono: $2, 5, 2^2, 5^2, 2\cdot 5, 2^2\cdot 5, 2\cdot 5^2$, cioè rispettivamente 2, 5, 4, 25, 10, 20, 50. In tutto, ci sono 9 divisori.
La risposta esatta è (D).

79 E 232 Un animale ha una massa $M_1=40$ kg; dopo 4 mesi, la sua massa, che indichiamo ora con M_2, è aumentata del 25% rispetto a M_1. Dopo altri 4 mesi la sua massa, che indichiamo ora con M_3, è aumentata del 20% rispetto a M_2. Dopo un ulteriore aumento del 10% rispetto a M_3, quanto è la massa finale M_4?
Come detto in altri precedenti quesiti, si ha: $k\%=\frac{k}{100}$. Si ha:

$$M_2=M_1+\frac{25}{100}M_1=M_1\left(1+\frac{1}{4}\right)=\frac{5}{4}M_1$$
$$M_3=M_2+\frac{20}{100}M_2=M_2\left(1+\frac{1}{5}\right)=\frac{6}{5}M_2=\frac{6}{5}\cdot\frac{5}{4}M_1=\frac{3}{2}M_1$$
$$M_4=M_3+\frac{10}{100}M_3=M_3\left(1+\frac{1}{10}\right)=\frac{11}{10}M_3=\frac{11}{10}\cdot\frac{3}{2}M_1=\frac{33}{20}M_1=$$
$$=\frac{33}{20}\cdot 40\text{ kg}=33\cdot 2\text{ kg}=66\text{ kg}.$$ La risposta esatta è (B).

79 E 233 Il logaritmo decimale di 99,99 è ....

Osserviamo che $10 < 99{,}99 < 100$, e quindi, passando ai logaritmi, otteniamo $1 = \log_{10} 10 < \log_{10} 99{,}99 < \log_{10} 100 = 2$. Quindi $\log_{10} 99{,}99$ è compreso fra 1 e 2. La risposta esatta è (C).

79 E 234. A quanto è uguale $\log_2 16$?

Si ha: $16 = 2^4$, e quindi $\log_2 16 = \log_2 (2^4) = 4$.
La risposta esatta è (A).

79 E 238 Qual è la centesima parte di 10^{12}?

Si ha $\frac{10^{12}}{100} = \frac{10^{12}}{10^2} = 10^{12-2} = 10^{10}$, per le proprietà delle potenze. La risposta esatta è (A).

79 E 239 Una cellula si divide regolarmente in due nuove cellule in ogni unità di tempo T. Quante cellule troveremo dopo un lasso di tempo uguale a 5 T?

Al tempo T avremo 2 cellule.
Al tempo 2T avremo 4 cellule, perché ciascuna delle 2 cellule si sarà divisa a sua volta in 2 cellule.
Al tempo 3T avremo 8 cellule $(8 = 4 \cdot 2)$, perché ciascuna delle 4 cellule si sarà divisa a sua volta in 2 cellule.
In modo analogo, al tempo 4T avremo 16 cellule, e al tempo 5t avremo 32 cellule. La risposta esatta è (C).

79 E 240 $10^{-3} + 10^{-5}$ .....

(A) $= 10^{-8}$
(B) $> 10^{-3}$
(C) $< 10^{-3}$
(D) $= 2 \cdot 10^{-3}$
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

Si ha: $10^{-3} + 10^{-5} = \frac{1}{1000} + \frac{1}{100\,000} = \frac{100}{100\,000} + \frac{1}{100\,000} = \frac{101}{100\,000} > \frac{100}{100\,000} = \frac{1}{1000} = 10^{-3}$. La risposta esatta è (B).

79 E241 Una città ha inizialmente una popolazione di 360'000 abitanti. Questa aumenta, dapprima, di $\frac{2}{3}$; il nuovo numero aumenta, poi, del 50%. Quanti sono gli abitanti, dopo questi aumenti?

Al primo passo, gli abitanti sono

$360'000 + 360'000 \cdot \frac{2}{3} = 360'000 \left(1+\frac{2}{3}\right) = 360'000 \cdot \frac{5}{3} = 600'000$

Al secondo passo, c'è un aumento del 50%, quindi di $\frac{1}{2}$.

Quindi, al secondo passo, gli abitanti sono

$600'000 + 600'000 \cdot \frac{1}{2} = 600'000 \left(1+\frac{1}{2}\right) = 600'000 \cdot \frac{3}{2} = 900'000$.

La risposta esatta è (C).

79 E242 A quanto è uguale $\ell = \log_{10} 100 + \log_{10} 10 + \log_{10} 1 + \log_{10} 0{,}1$?

Per le proprietà dei logaritmi, si ha - detto in modo semplice, che "il logaritmo del prodotto è uguale alla somma dei logaritmi", e pertanto $\ell = \log_{10}(100 \cdot 10 \cdot 1 \cdot 0{,}1) = \log_{10} 100 = 2$.

Si può fare anche così: $\ell = 2+1+0+(-1) = 2$, in quanto $\log_{10} 0{,}1 = \log_{10} \frac{1}{10} = \log_{10} 10^{-1} = -1$, la risposta esatta è (C).

79 E243 A è un numero reale; quanti valori reali di Y soddisfano alla relazione $Y^2 = A$?

(A) Uno
(B) Due
(C) Dipende dal valore di A
(D) Infiniti
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta.

Se A è negativo, allora nessun valore di Y soddisfa alla relazione $Y^2 = A$.

Se $A = 0$, allora $Y^2 = A$ se e solo se $Y = 0$ (quindi un solo valore soddisfa $Y^2 = A$)

Se A è positivo, allora $Y^2 = A$ se e solo se $Y = \sqrt{A}$ oppure $Y = -\sqrt{A}$: quindi abbiamo due valori reali di Y che soddisfano $Y^2 = A$. Quindi la risposta giusta è (C).

79 E 244 $4^{13}+4^{13}=\dots$

(A) 8^{13}
(B) $2\cdot 4^{13}$
(C) 4^{14}
(D) 4^{26}
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

Si ha: $4^{13}+4^{13}=2\cdot 4^{13}$, e quindi la risposta corretta è (B).

79 E 247 A che cosa è uguale $\ell = 1+27^{2/3}$?
Si ha: $1+27^{2/3} = 1+(3^3)^{\frac{2}{3}} =$ (propietà delle potenze) $= 1+3^{3\cdot\frac{2}{3}} = 1+3^2 = 1+9 = 10$. La risposta esatta è (A).

79 E 248 La radice cubica reale di 3^3 è ... naturalmente, 3. Se prima faccio il cubo di 3 e poi faccio la radice cubica, si ritorna al numero di partenza 3 (visto che il cubo e la radice cubica sono funzioni inverse). Volendo, si può fare anche: $\sqrt[3]{3^3} = (3^3)^{\frac{1}{3}} =$ (per le proprietà delle potenze) $= 3^{3\cdot\frac{1}{3}} = 3^1 = 3$. La risposta esatta è (C).

79 E 250 Quanto vale l'espressione $\ell = \sqrt[3]{2^4}$?
Si ha: $\ell = (2^4)^{\frac{1}{3}} =$ (propietà delle potenze) $= 2^{\frac{4}{3}}$.
La risposta esatta è (A).

79 E 252 A che cosa è uguale $10^3\cdot 10^5$?
Per le propietà fondamentali delle potenze, si ha:
$10^3\cdot 10^5 = 10^{3+5} = 10^8$. La risposta esatta è (A).

79 E 253 $\ell = \log_{10} 10^{-1/5}$ a che cosa è uguale?
Vale lo ~~stesso~~ discorso del quesito 79 E 248. Le operazioni $t \mapsto \log_{10} t$ e $w \mapsto 10^w$ sono l'una l'inversa dell'altra. Quindi, se si parte da $-\frac{1}{5}$, si fa $10^{-1/5}$ e poi di quello che si è ottenuto si fa il logaritmo decimale, si riottiene $-\frac{1}{5}$. Quindi $\ell = -\frac{1}{5}$ e la risposta esatta è (A).

79E254 In un esame, 16 studenti sono stati respinti e il 90% è stato promosso. Quanti studenti si sono presentati?

Ricordiamo che, come detto in altri quesiti, $k\% = \frac{k}{100}$, quindi $90\% = \frac{90}{100} = \frac{9}{10}$. Indichiamo con x il numero degli studenti che si sono presentati. Di questi, $x - 16$ sono stati promossi. «Il 90% è stato promosso» vuol dire che $\frac{9}{10}x$ sono stati promossi. Quindi si ha: $\frac{9}{10}x = x - 16$, da cui $x - \frac{9}{10}x = 16$, $\frac{1}{10}x = 16$, $x = 160$. La risposta esatta è (A).

79E255 Riordinare le quantità $a = -\frac{1}{4}$, $b = -\frac{1}{3}$, $c = 0$ in ordine crescente.

Si ha: $3 < 4$, quindi $\frac{1}{3} > \frac{1}{4}$, e $-\frac{1}{3} < -\frac{1}{4} < 0$. Quindi l'ordine crescente è b, a, c, e la risposta esatta è (B).

79E259 Delle risposte date a un questionario, 8 sono sbagliate e l'80% sono esatte. Quante risposte sono state date?

Procedendo come nel quesito 79E254, indichiamo con X il numero totale delle risposte. Si ha, tenendo conto che $80\% = \frac{80}{100} = \frac{4}{5}$: $x - 8 = \frac{4}{5}x$, quindi $x - \frac{4}{5}x = 8$, cioè $\frac{1}{5}x = 8$ $x = 40$. La risposta giusta è (D).

79E261 In Italia, in un certo anno, 824 persone di sesso maschile si sono ammalate di AIDS. Sapendo che esse costituiscono l'80% del totale di coloro che si sono ammalati di AIDS, questi ultimi sono...

Indichiamo con x la totalità delle persone che si sono ammalate di AIDS. Tenendo conto, come nel quesito precedente, che $80\% = \frac{80}{100} = \frac{4}{5}$, si ha $\frac{4}{5}x = 824$, da cui $x = 824 \cdot \frac{5}{4} = 206 \cdot 5 = 1030$. La risposta esatta è (C).

79 E262 Uno studente ha sostenuto N esami. Se ne avesse sostenuti il triplo, ne avrebbe 6 in meno di un suo amico, che ne ha sostenuti 18. Quanto vale N?
Si ha: $3N+6=18$ $3N=18-6=12$ $N=4$. Risposta esatta: (B).

79 E263: Quanto vale $\ell=5+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$?
Si ha: $\ell=\frac{30}{6}+\frac{3}{6}+\frac{2}{6}=\frac{35}{6}$. La risposta esatta è (B).

79 E264. Quanto è il 12% di 2.500'000?
Ricordando che, come detto in altri quesiti, $12\%=\frac{12}{100}$, si ha che il numero richiesto è
$\frac{12}{100}\cdot 2500'000 = 12\cdot 25000 = 300'000$

79 E266 Qual è il risultato dell'espressione
$\ell=\frac{0,00008}{0.4}$? Si ha: $\ell=\frac{0.00008}{\frac{4}{10}}=\frac{0.0008\cdot 10}{4}=$
$=\frac{0.0008}{4}=0.0002$. La risposta esatta è (A).

79E267 A quanto è uguale $\ell=2,5\cdot 10^{-4}+5\cdot 10^{-5}$?
Tenendo conto che, per le propietà delle potenze, è $10\cdot 10^{-5}=10^{1-5}=10^{-4}$, si ha: $\ell=2,5\cdot 10^{-4}+$
$+0,5\cdot 10\cdot 10^{-5}=2,5\cdot 10^{-4}+0,5\cdot 10^{-4}=3\cdot 10^{-4}=0.3\cdot 10\cdot$
$10^{-4}=0,3\cdot 10^{1-4}=0,3\cdot 10^{-3}$. La risposta esatta è (A).

79E268 A quanto è uguale $\ell=(1\cdot 10^{0})+(2\cdot 10^{1})+(5\cdot 10^{3})$?
Si ha $\ell=1+2\cdot 10+5\cdot 1000=5000+20+1=5021$.
La risposta giusta è (A).

79E269. A quanto è uguale $\ell=10^{3}\cdot 10^{-2}$? Si ha
$\ell=\frac{10^3}{10^2}=\frac{1000}{100}=10$, oppure $\ell=10^{3-2}=10^{1}=10$, per le propietà delle potenze. La risposta esatta è (A).

79E271 A quanto è uguale 15^{0}?
Si ha $15^{0}=1$. La risposta esatta è (D).

79 E272 A quanto è uguale $\ell = -3 \cdot 10^{-3}$?
Moltiplicare per 10^{-3} significa dividere per 1000, il che equivale a spostare la virgola decimale indietro di 3 posti. Quindi $\ell = -0.003$. La risposta esatta è (D).

79 E273 Quali sono i possibili resti della divisione di un numero per 10? (Stiamo parlando di numeri naturali)
Sono tutti i numeri naturali minori (strettamente) di 10, 0 compreso. La risposta esatta è (A).

79 E274 Il numero reale $\ell = \log_{10} 2.567.010.000.000 = \log_{10} K$ è un numero compreso fra quali due numeri naturali?
K è un numero naturale di 13 cifre, e quindi è compreso fra 10^{12} e 10^{13} (I numeri di 2 cifre sono compresi fra 10 e 100; quelli di 3 cifre, fra 100 e 1000; quindi quelli di k cifre saranno compresi fra 10^{k-1} e 10^{k}).
Essendo $10^{12} < k < 10^{13}$, passando al logaritmo si ha:
$12 = \log_{10}(10^{12}) < \ell = \log_{10} K < 13 = \log_{10}(10^{13})$,
e dunque ℓ è un numero compreso fra 12 e 13.
La risposta esatta è quindi (C).

79 E276 Lo 0,2 per mille di un numero x è 0,4.
A che cosa è uguale x^2?
Notiamo che, analogamente al caso delle percentuali, si ha: 0,2 per mille $= \frac{0,2}{1000}$. Si ha quindi:

$$\frac{0,2}{1000} x = 0,4, \text{ da cui } x = 0,4 \cdot \frac{1000}{0,2} = \frac{4 \cdot 1000}{2} = 2000.$$

La risposta esatta è (B).

79 E279 A che cosa è uguale $\ell = 10^5 \cdot 10^{-3}$?
Si ha: $\ell = 10^{5-3} = 10^2 = 100$, per le proprietà delle potenze.
La risposta esatta è (A).

79 E280 In una comunità di 5000 persone il 5% dei membri viene colpito da una malattia infettiva, che richiede il ricovero nel 50% dei casi. Quanti ricoveri sono avvenuti?
È come il quesito 77 C 477. La risposta esatta è 125, cioè (C).

79 E 282 Dividere un numero x per 0,05 è come moltiplicarlo per...

Si ha: $\frac{x}{0,05} = \frac{x}{\frac{5}{100}} = x \cdot \frac{100}{5} = 20x$

La risposta esatta è 20, cioè (C).

79 E 283 A quanto è uguale $\ell = \frac{10^{-3}}{10^{9}}$?

Si ha, per le proprietà fondamentali delle potenze:

$\ell = 10^{-3} \cdot 10^{-9} = 10^{-3-9} = 10^{-12}$. La risposta esatta è (A).

79 E 284. A quanto è uguale $(a+b)^3$?

Si ha: $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = (a+b)(a+b)^2$.

La risposta esatta è (D)

79 E 286 A che cosa è uguale la metà di 10^6?

Si ha: $\frac{10^6}{2} = \frac{10 \cdot 10^5}{2} = \frac{2 \cdot 5 \cdot 10^5}{2} = 5 \cdot 10^5$. Risposta esatta: (C)

79 E 287. Se $\log_2 n = 6$, quanto risulta essere n?

È il quesito 77 C 473. La risposta è 64, cioè (C)

79 E 288 A che cosa è uguale $\log_2 7 + \log_2 3$?

È il quesito 76 C 57. La risposta è $\log_2 21$, cioè (A).

79 E 291 Quanto vale l'espressione $\frac{3^8}{9^4}$?

Per le proprietà fondamentali delle potenze, si ha:

$9^4 = (3^2)^4 = 3^{2 \cdot 4} = 3^8$, quindi il risultato è 1. Risposta esatta: (B).

79 E 292 Quanto vale l'espressione $\ell = 5 \cdot 10^0 + 5 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^3$?

Si ha: $\ell = 5 \cdot 1 + 5 \cdot 10 + 2 \cdot 100 + 3 \cdot 1000 = 3000 + 200 + 50 + 5 = 3255$.

La risposta esatta è (D).

79 E 293 Una popolazione, che è inizialmente di 32 batteri, aumenta del 50% ogni ora. Di quanti batteri N_4 sarà dopo 4 ore?

Ricordiamo che $50\% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$. La popolazione N_1 dopo la 1ª ora sarà: $N_1 = N_0 + \frac{1}{2} N_0 = \frac{3}{2} N_0 = \frac{3}{2} \cdot 32 = 48$, ove N_0 è la popolazione iniziale. Analogamente $N_2 = N_1 \cdot \frac{3}{2}$ $N_3 = N_2 \cdot \frac{3}{2}$ $N_4 = \frac{3}{2} N_3 = \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} N_2 = \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot N_1 = \frac{27}{8} \cdot 48 = 27 \cdot 6 = 162$, ove N_2 ed N_3 è il numero dei batteri rispettivamente dopo 2 e 3 ore. Quindi $N_4 = 162$. La risposta esatta è $N_4 = 162$, cioè (D).

79 E 294 Quanto viene $\ell = 1\cdot 2^1 + 1\cdot 2^3 + 1\cdot 2^4$?
Si ha $\ell = 2 + 8 + 16 = 26$. La risposta esatta è (A).

79 E 295 Quanto vale $\ell = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$?
Si ha: $4 = 2^2$, quindi il minimo comune multiplo fra 2, 3 e 4 è $2^2 \cdot 3 = 12$ (si prende l'esponente di grado maggiore).
Si ha: $\ell = \frac{6}{12} - \frac{4}{12} - \frac{3}{12} = -\frac{1}{12}$. La risposta esatta è (A).

79 E 298 Disporre in ordine crescente i numeri $x = 10^{-2}$, $y = -10^2$, $z = \frac{1}{10^{-3}}$, $t = -10^{-4}$.
Per le proprietà fondamentali delle potenze, si ha:

$$x = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100} \qquad y = -100 \qquad z = 10^3 = 1000$$

$$t = -\frac{1}{10^4} = -\frac{1}{10'000}, \text{ e quindi}$$

$$-100 < -\frac{1}{10'000} < \frac{1}{100} < 1000, \text{ cioè } y < t < x < z.$$

79 E 299 Dati i numeri $\frac{4}{14}$, $-\ln 1$, -2^{-2}, $\frac{14}{4}$, qual è il valore ℓ della differenza tra il maggiore e il minore?
Il minore dei 4 numeri dati è: $-2^{-2} = -\frac{1}{2^2} = -\frac{1}{4}$ (è l'unico numero negativo, in quanto $-\ln 1 = 0$).
Il maggiore dei 4 numeri dati è il più grande tra $\frac{14}{4}$ e $\frac{4}{14}$, ovviamente $\frac{14}{4}$ (perché più grande di 1, mentre $\frac{4}{14} < 1$).
Si ha: $\ell = \frac{14}{4} - \left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{15}{4} = 3{,}75$. Risposta esatta: (C).

79 E 300 Chi è $\ell = 1\cdot 10^1 + 2\cdot 10^2 + 4\cdot 10^4$?
Si ha: $\ell = 10 + 2\cdot 100 + 4\cdot 10'000 = 40'000 + 200 + 10 = 40210$.
La risposta esatta è (B).

79 E 301 Un contadino alleva polli e conigli. Se possiede 55 capi che hanno complessivamente 160 zampe, quanti sono i conigli?

Indichiamo il numero dei polli e dei conigli rispettivamente con x_1 ed x_2. Innanzi tutto, si ha: $x_1+x_2=55$. Tenendo conto che un pollo ha 2 zampe mentre un coniglio ha 4 zampe, si ottiene $2x_1+4x_2=160$, cioè $x_1+2x_2=80$. Consideriamo il sistema

$$\begin{cases} x_1+2x_2=80 \\ x_1+x_2=55 \end{cases}$$

Sottraendo la seconda equazione dalla prima, otteniamo $x_2=25$. Quindi i conigli sono 25. La risposta esatta è (B).

79 E 302 A che cosa è uguale $\ell=4\cdot 10^{-2}$?

Si ha: $\ell=\frac{4}{10^2}=\frac{4}{100}=\frac{1}{25}=0.04$. La risposta esatta è (C).

79 E 303. Quanto vale l'espressione $\sqrt[2]{-8}$?

Nel campo dei numeri reali, non esistono radici di ordine pari di numeri negativi. Quindi l'espressione non ha significato nel campo dei numeri reali. La risposta esatta è (A).

79 E 306. A quanto è uguale $\ell=\log_{10}4+\log_{10}25$?

Per le proprietà fondamentali dei logaritmi, si ha:
$\ell=\log_{10}(4\cdot 25)=\log_{10}100=2$. La risposta esatta è (B).

79 E 307. Quale dei seguenti numeri è più vicino al $\log_2 15$?

(A) 15
(B) 5
(C) 2
(D) 4
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

Per quanto riguarda le potenze di 2, il numero 15 è "vicino" a $16=2^4$, e quindi $\log_2 15$ è "vicino" a $\log_2 2^4=4$. Rispetto a 16, 15 è "lontano" da $2^2=4$, da $2^5=32$, e a maggior ragione da 2^{15}. La soluzione è dunque 4, cioè (D).

79 E 308 A che cosa è uguale $\ell = \log_3 81$?
Notiamo che $3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$, quindi $\ell = \log_3 3^4 = 4$.
La risposta esatta è (B).

79 E 309 Il micro è un prefisso che indica un sottomultiplo dell'unità pari a ...
... un milionesimo. La risposta esatta è (B).

79 E 313. Il logaritmo in base 10 di 2 è uguale a circa 0.30103. Per comodità, approssimiamo questa quantità con 0.3 e diciamo quindi, con una certa approssimazione, che $\log_{10} 2 = 0.3$. Allora, con la dovuta (BUONA) approssimazione, si ha:

(A) $\log_{10} 50 = 2.7$
(B) $\log_{10} 200 = 2.3$
(C) $\log_{10} 0.02 = -2.3$
(D) $\log_{10} 0.5 = -1.7$
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

Applichiamo le proprietà fondamentali dei logaritmi e verifichiamo
(A): Si ha: $\log_{10} 50 = \log_{10}\left(\frac{100}{2}\right) = \log_{10} 100 - \log_{10} 2 \cong 2 - 0.3 = 1.7$
Quindi (A) non è vera.
(B): Si ha: $\log_{10} 200 = \log_{10}(2 \cdot 100) = \log_{10} 2 + \log_{10} 100 \cong 0.3 + 2 = 2.3$
Quindi (B) è la risposta giusta.
(C): Si ha: $\log_{10} 0.02 = \log_{10}\left(\frac{2}{100}\right) = \log_{10} 2 - \log_{10} 100 \cong 0.3 - 2 = -1.7$
(C) non è vera.
(D): Si ha: $\log_{10} 0.5 = \log_{10}\left(\frac{1}{2}\right) = \log_{10} 1 - \log_{10} 2 \cong -0.3$
Neanche (D) è vera.

79 E 314. La somma di tre aree, A_1, A_2 ed A_3, è 1600. L'area A_1 è il 20% di A_2 e A_2 è il 50% di A_3. A quanto sono uguali rispettivamente A_1, A_2, A_3?

Ricordiamo, come visto in altri precedenti quesiti, che $k\% = \frac{k}{100}$, e quindi: $20\% = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$, mentre $50\% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$.

Quindi $A_1 = \frac{1}{5} A_2$ $A_2 = \frac{1}{2} A_3$, da cui $A_1 = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2} \cdot A_3 = \frac{1}{10} A_3$.

Poiché $A_1 + A_2 + A_3 = 1600$, segue anche che
$\frac{1}{10} A_3 + \frac{1}{2} A_3 + A_3 = 1600$, cioè $\frac{1}{10} \cdot (A_3 + 5A_3 + 10A_3) = 1600$.

Quindi $16 A_3 = A_3 + 5A_3 + 10A_3 = 1600 \cdot 10 = 16000$. Pertanto $A_3 = 1000$, $A_2 = \frac{1}{2} \cdot 1000 = 500$, $A_1 = \frac{1}{5} \cdot 500 = 100$.

Quindi la successione è: $(A_1, A_2, A_3) = (100, 500, 1000)$.

La risposta esatta è (A).

79 E 315. Un tale compra un oggetto a 20 Euro e lo vende a 25 Euro; lo ricompra a 30 Euro e lo rivende a 35 Euro. Quanti Euro guadagna complessivamente?

La prima volta lui guadagna 25 − 20 Euro, cioè 5 Euro; la seconda volta, il guadagno è di 35 − 30 = 5 Euro. Nel complesso, gli Euro guadagnati sono 10. La risposta giusta è (C).

79 E 317. Se $\log_{10} 5 = 0,69897$, quanto vale $l = \log_{10} 50$?

In base alle proprietà fondamentali dei logaritmi, si ha
$l = \log_{10}(5 \cdot 10) = \log_{10} 5 + \log_{10} 10 = 0,69897 + 1 =$
$= 1,69897$. La risposta giusta è (C).

79 E 322. Quant'è il valore l del logaritmo decimale di 0,01?

Si ha: $l = \log_{10} 0{,}01 = \log_{10} \frac{1}{100} = \log_{10} \frac{1}{10^2} = \log_{10} 10^{-2} =$
$= -2$. La risposta corretta è (A).

79 E 326. A che cosa è uguale $l = \log_e e$?

Per definizione di logaritmo, $l = 1$. La risposta corretta è (D).

79E327. Un padre ha 50 anni e il figlio 26. Quando l'età del padre era o sarà tripla di quella del figlio?
Fra x anni se x è positivo, oppure $-x$ anni fa se x è negativo, si ha: $50+x=3\cdot(26+x)$, cioè
$50+x=78+3x$ $\quad 50-78=3x-x$ $\quad 2x=-28$
$x=-14$. Quindi l'età del padre era tripla di quella del figlio 14 anni fa. La risposta esatta è (B).

79E328 A che cosa è uguale $\ell=\log_{10}1$?
Si ha: $\ell=0$. La risposta esatta è (A).

79E330 L'espressione $\ell=\dfrac{0}{10^4\cdot 10^{-6}}$ vale:

(A) 10^{-10}
(B) infinito
(C) 10^2
(D) 10^{-2}
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

Si ha, naturalmente $\ell=0$, quindi nessuna delle 4 espressioni in (A), (B), (C), (D). La risposta esatta è (E).

79E331 A che cosa è uguale $\ell=2^4\cdot 4^6$?
Tenendo conto delle proprietà fondamentali delle potenze, si ha: $\ell=2^4\cdot(2^2)^6=2^4\cdot 2^{2\cdot 6}=2^4\cdot 2^{12}=2^{4+12}=$ $=2^{16}$. La risposta esatta è (B).

79E333 Nella relazione $\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{r}$ si ponga $p=3$ e $q=5$. A che cosa è uguale r?
Si ha: $\frac{1}{r}=\frac{1}{3}+\frac{1}{5}=\frac{5+3}{15}=\frac{8}{15}$, e quindi $r=\frac{15}{8}$.
La risposta esatta è (C).

79 E 334 Siano $a>b>0$. Il logaritmo $l=\log_{10}\left(\frac{b}{a}\right)$ è:

(A) <0
(B) >1
(C) compreso tra 0 e 1
(D) dipende dai valori di a e b
(E) quesito senza soluzione univoca e corretta.

Si ha: $b<a$. Poiché $a>0$, possiamo dividere per a mantenendo inalterato il verso della disequazione e ottenendo $\frac{b}{a}<1$. Quindi $l=\log_{10}\left(\frac{b}{a}\right)<\log_{10}1=0$ (Poiché la base del logaritmo è 10, cioè un numero maggiore di 1, si può passare al logaritmo mantenendo inalterato il verso della disequazione). Quindi la risposta esatta è (A)

79 E 336 Si consideri un numero positivo x, lo si incrementi del 18% e si riduca successivamente il risultato del 18%; chiamando y il numero così ottenuto, si ha:

(A) $x>y$
(B) $x=y$
(C) $x<y$
(D) $x\leq y$
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

Ricordiamo, come detto in altri quesiti, che $18\%=\frac{18}{100}$.

Sia $t=x+\frac{18}{100}x=\left(1+\frac{18}{100}\right)x=\frac{118}{100}x=\frac{59}{50}x$. Si ha

$$y=t-\frac{18}{100}t=\left(1-\frac{18}{100}\right)t=\frac{82}{100}t=\frac{41}{50}t=\frac{41}{50}\cdot\frac{59}{50}\cancel{x}=\frac{2419}{2500}x<x$$

Pertanto $y<x$. La risposta esatta è (A).

79 E 337 Quale era il valore iniziale x di una grandezza che a seguito dell'incremento del 20% ha assunto il valore di 2160? Ricordiamo che $20\%=\frac{20}{100}$.

Si ha: $x+\frac{20}{100}x=2160$, cioè $\frac{120}{100}x=2160$, ossia $\frac{6}{5}x=2160$. Quindi $x=2160\cdot\frac{5}{6}=360\cdot5=1800$.

La risposta esatta è (A).

79 E338 Per $c \neq 0$, a che cosa è uguale $(12c-2b)/2c$?

Si ha: $\ell = \frac{12c-2b}{2c} = \frac{12c}{2c} - \frac{2b}{2c} = 6 - \frac{b}{c}$.

La risposta esatta è (D).

79 E339 La somma S di tre numeri reali non nulli a, b, c ciascuno elevato a zero, a quanto è uguale?

Si ha $S = a^0 + b^0 + c^0 = 1+1+1 = 3$, quindi una quantità positiva. La risposta giusta è (B).

79 E346 Se $\log_a 17 = 3$, allora:

(A) $3/17 = a$

(B) $a^3 = 17$

(C) $a^{17} = 3$

(D) $17^3 = a$

(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

Si ha: $a^3 = 17$, per definizione di logaritmo (con $a > 0$ ed $a \neq 1$). La risposta esatta è (B).

79 E347 Dati i numeri 1; 2; 3; 4; 5, la somma dei loro quadrati (S) e il quadrato della loro somma (T) a che cosa sono uguali?

Si ha: $S = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 = 1+4+9+16+25 = 55$;

$T = (1+2+3+4+5)^2 = 15^2 = 225$. La risposta esatta è (A).

79E350 Un mattone pesa un chilo più mezzo mattone. Quanto pesa un mattone?

Indichiamo con x il peso di un mattone. Si ha:

$x = 1 + \frac{1}{2}x$, da cui $x - \frac{1}{2}x = 1$ $\quad \frac{1}{2}x = 1$ $\quad x = 2$.

Un mattone, quindi, pesa 2 kg. La risposta esatta è (B).

79E351. Siano $a, b, c, d > 0$. Se $a = b$, $b < c$, $c = \frac{1}{2}d$, allora
(A) $a > d$
(B) $a < d$
(C) $a = d$
(D) $b > d$
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta.

Dalla disuguaglianza $b < c$, sostituendo b con a e c con $\frac{1}{2}d$, si ottiene $a < \frac{1}{2}d < d$ (quest'ultima disuguaglianza è vera perché $d > 0$). Pertanto (B) è la risposta giusta. Notiamo che la risposta (B) esclude (A) e (C), ed anche (D), in quanto, essendo $a = b$, dire che $b > d$ è equivalente a dire che $a > d$, cioè (D) è equivalente ad (A).

79 E 354 Qual è il valore arrotondato della terza cifra decimale del numero 0,7836?
È 0,784, in quanto dopo il 3 viene 6 che è ≥ 5, e quindi, in questo caso, si arrotonda per eccesso. La risposta corretta è (A).

79 E 357 Calcolare il valore dell'espressione $\ell = (2-3) + (4-5) \cdot (6-8)$.
Si ha: $\ell = -1 + (-1) \cdot (-2) = -1 + 2 = 1$. La risposta giusta è (B).

79 E 359 A che cosa è uguale 0,00076?
Per passare da 76 a 0,00076 bisogna spostare la virgola decimale indietro di 5 posti: ciò equivale a dividere per 10^5, cioè per 100000. Quindi $0{,}00076 = 76/100000$, e la risposta esatta è (D)

79 E360. Il 3,5% di una certa somma K ammonta a 70 Euro. A quanto ammonta l'intera somma?
Ricordiamo che, come visto in altri quesiti, $3,5\% = \frac{3,5}{100} = \frac{35}{1000}$. Si ha: $\frac{35}{1000} \cdot K = 70$, e pertanto $K = \frac{70'000}{35} = 2000$. La risposta esatta è (D).

79 E362 Il prezzo nominale di un televisore è 750.000. Un commerciante lo vende a 600.000. Quanto sconto k ha fatto?
Ricordiamo sempre che $k\% = \frac{k}{100}$. Si ha:

$$750.000 - \frac{k}{100} \cdot 750.000 = 600'000,$$ cioè

$$750.000 \cdot \left(1 - \frac{k}{100}\right) = 600.000,$$ da cui

$$1 - \frac{k}{100} = \frac{600.000}{750.000} = \frac{4}{5},$$ e quindi $\frac{k}{100} = 1 - \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$.

Quindi $5k = 100$, $k = 20$, e la risposta esatta è (B).

79 E363. La somma di tre numeri a, b, c è 1000. Il primo è $\frac{2}{3}$ del secondo e il secondo è $\frac{3}{5}$ del terzo.
I tre numeri sono: ....
Si ha: $a+b+c$, $a = \frac{2}{3}b$, $b = \frac{3}{5}c$, quindi $a = \frac{2}{\cancel{3}} \cdot \frac{\cancel{3}}{5}c = \frac{2}{5}c$
Quindi $\frac{2}{5}c + \frac{3}{5}c + c = 1000$ $2c = 1000$ $c = 500$ $a = \frac{2}{5} \cdot 500 = 200$
$b = \frac{3}{5} \cdot 500 = 300$ I tre numeri sono: $a = 200$, $b = 300$, $c = 500$, e la risposta esatta è (A).

79 E364 A che cosa è uguale $\frac{1}{200} + \frac{1}{200}$?
Si ha: $\frac{1}{200} + \frac{1}{200} = \frac{2}{200} = \frac{1}{100}$. La risposta esatta è (C).

79 E367. A che cosa è uguale $l = x^5 - x^3$?
Si ha: $l = x^3(x^2 - 1)$. La risposta esatta è (D).

79 E368. Quali sono i valori di 2^{-2}, $\left(\frac{1}{3}\right)^{-3}$ e $(-4)^{-4}$?
Si ha: $2^{-2}=\frac{1}{2^2}=\frac{1}{4}$; $\left(\frac{1}{3}\right)^{-3}=\frac{1}{\left(\frac{1}{3}\right)^3}=\frac{1}{\frac{1}{27}}=27$;
$(-4)^{-4}=\frac{1}{(-4)^4}=\frac{1}{4^4}=\frac{1}{(2^2)^4}=\frac{1}{2^{2\cdot4}}=\frac{1}{2^8}=\frac{1}{256}$, in virtù delle proprietà fondamentali delle potenze. La risposta esatta è (C).

79 E375. Qual è il minimo comune multiplo di 2, 4, 5 e 8?
Si ha: $4=2^2$, $8=2^3$. Devo prendere 2 con l'esponente massimo (2^3) e poi 5. Quindi il minimo comune multiplo è $2^3\cdot5=8\cdot5=40$. La risposta esatta è (B).

79 E378. Quanti sono i numeri primi tra 2 e 11 (2 e 11 compresi, se primi)?
È il quesito 77 C499. La risposta esatta è 5, quindi (B).

79 E381. A che cosa è uguale $3^5:3$?
Si ha: $3^5:3=3^{5-1}=3^4$. La risposta esatta è (A).

79 E384: Un numero intero tale che la differenza tra il suo quadrato e i $\frac{3}{2}$ del numero stesso sia uguale a 52 è....
Indichiamo questo numero (se esiste) con x. Si deve avere:
$x^2-\frac{3}{2}x=52$, cioè $x^2-\frac{3}{2}x-52=0$, ossia $2x^2-3x-104=0$
Si ha: $x_{1,2}=\frac{3\pm\sqrt{9+832}}{4}=\frac{3\pm29}{4}$ $\nearrow 8$, $\searrow -\frac{13}{2}$
La risposta esatta è 8, cioè (A), perché vogliamo che x sia <u>intero</u>.

79 E386 Il minimo comune multiplo tra due numeri è 36 ed il loro massimo comun divisore è 6. Quali sono i due numeri?
(p.s.: che non siano 6 e 36 contemporaneamente)
I due numeri devono essere multipli di 6, e compresi fra 6 e 36. Elenchiamoli: 6 12 18 24 30 36.
Se il minimo comune multiplo è 36, nessuno dei due numeri può contenere né il fattore 5 né il fattore 8. Quindi 24 e 30 vanno esclusi. I due numeri sono 12 e 18. Infatti $12=2^2\cdot3$, $18=2\cdot3^2$. Il massimo comun divisore è formato

dai prodotti delle potenze di grado minore $(2 \cdot 3 = 6)$, mentre il minimo comune multiplo è formato dai prodotti delle potenze di grado maggiore (quindi $2^2 \cdot 3^2 = 4 \cdot 9 = 36$).
La risposta esatta è (C).

79 E 389 A che cosa è uguale 10^{-3}?
Si ha: $10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000}$. La risposta esatta è (A).

79 E 393 Quale dei seguenti numeri non è primo?
(A) 5
(B) 31
(C) 27
(D) 13
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

Si ha: $27 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^3$, quindi 27 non è primo, mentre 5, 31 e 13 sono primi

79 E 394 Tra i primi 100 numeri naturali, sono contemporaneamente divisibili per 2, 3, 4, ...:
(A) 0 numeri
(B) 4 numeri
(C) 2 numeri
(D) non è possibile stabilirlo
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

Vedi quesito 77 C 593: C'è solo il numero 60, quindi 1 numero, quindi nessuna delle risposte (A), (B), (C), (D). La risposta giusta è (E).

79 E396 Apriamo a caso un vocabolario e osserviamo che la pagina destra è la 111, poi solleviamo alcuni centimetri di fogli e, sempre a destra, leggiamo 777. Quanti fogli pari vi sono tra le due pagine? Si parte da 112 e si arriva a 776 (compresi), e bisogna considerare solo i numeri PARI. Questi numeri pari sono $(776-112):2+1$ (bisogna aggiungere 1, perché sia 776 sia 112 devono essere considerati). Si ha: $(776-112):2+1=664:2+1=$ $=332+1=333$. La risposta giusta è (B).

79 E398 A che cosa è uguale $\ell=(-5+12)+(6-7)-(3-4)$? Si ha: $\ell=7-1-(-1)=7-1+1=7$. Risposta esatta: (A).

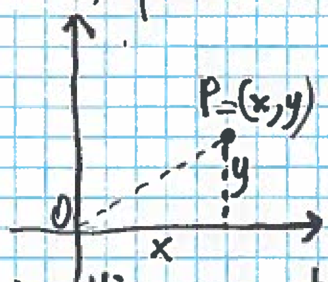
79 E401: Il 4% del 20% di un numero x è 1. Chi è x? Ricordiamo che, come detto in altri quesiti, $k\%=\frac{k}{100}$, e quindi $4\%=\frac{4}{100}=\frac{1}{25}$; $20\%=\frac{20}{100}=\frac{1}{5}$. Si ha:
$\frac{1}{25}\cdot\frac{1}{5}\cdot x=1$, e quindi $x=25\cdot5=125$. Ma le risposte indicate erano
(A) 80
(B) 24
(C) 225
(D) 16
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta
Quindi la risposta giusta è (E).

79 E405 $\ell=5^3/5^{-3}=$ ......
Si ha: $\ell=5^3\cdot5^3=5^{3+3}=5^6=125\cdot125=15625$.
La risposta giusta è (A).

79 E 406 Un millimetro cubo di sangue contiene circa 5 milioni di globuli rossi; un individuo adulto ha circa 5 litri di sangue; il numero totale dei globuli rossi dell'individuo è circa ...

[Supponiamo, senza ledere la generalità, che il peso specifico del sangue sia 1]. A un litro corrisponde un decimetro cubo. Quindi, poiché $1\,dm = 100\,mm$, allora $1\,dm^3 = 100^3\,mm^3 = (10^2)^3\,mm^3 = 10^6\,mm^3 = 1'000'000$.
Quindi l'individuo ha circa $5 \cdot 10^6\,mm^3$ di sangue, e quindi $(5 \cdot 10^6) \cdot 5 \cdot 10^6$ globuli rossi, cioè $25 \cdot 10^6 \cdot 10^6 = 25 \cdot 10^{6+6} = 25 \cdot 10^{12}$ globuli rossi.
Notiamo inoltre che $25 \cdot 10^{12} = 2{,}5 \cdot 10 \cdot 10^{12} = 2{,}5 \cdot 10^{1+12} = 2{,}5 \cdot 10^{13}$, quindi la quantità di globuli rossi può essere espressa anche come $2{,}5 \cdot 10^{13}$. La risposta esatta è (B).

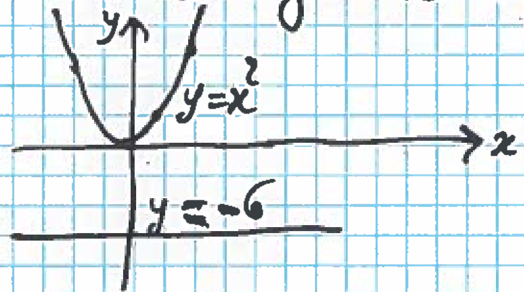
80 E 410 Se ogni coppia di numeri seguenti rappresenta le coordinate cartesiane di un punto, allora qual è quello più lontano dall'origine?
(A) 2;5
(B) 0;7
(C) 4;4
(D) 6;1
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta



Per il teorema di Pitagora, la distanza dal punto P dall'origine O è espressa da $d(P,O) = \sqrt{x^2+y^2}$. Calcoliamo questa distanza relativamente ai punti P_A, P_B, P_C, P_D indicati nelle rispettive risposte (A), (B), (C), (D). Si ha: $d(P_A,O) = \sqrt{2^2+5^2} = \sqrt{29}$
$d(P_B,O) = \sqrt{7^2} = 7$ $\quad d(P_C,O) = \sqrt{4^2+4^2} = \sqrt{32}$ $\quad d(P_D,O) = \sqrt{6^2+1^2} = \sqrt{37}$. Essendo $7 = \sqrt{49}$, allora il punto che ha maggiore distanza dall'origine è P_B, quindi la risposta esatta è (B).

80 E 411 Nel piano cartesiano x, y le due equazioni $y=-6$ ed $y=x^2$ rappresentano:
(A) una retta e una parabola che non si incontrano
(B) una retta e un'iperbole che non si incontrano
(C) una retta e una parabola che si incontrano in due punti
(D) una retta e un'iperbole che si incontrano in due punti
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

L'equazione $y=-6$ è l'equazione di una retta parallela all'asse x, mentre $y=x^2$ è l'equazione di una parabola. La parabola e la retta non si incontrano, in quanto non si può mai verificare, nel campo dei numeri reali, che $x^2=-6$, cioè che un numero positivo o nullo sia uguale a un numero negativo. La risposta giusta è (A).



80 E 413 Di due cerchi, il primo ha area doppia del secondo. Qual è il rapporto tra la lunghezza della circonferenza del primo e quella della circonferenza del secondo?

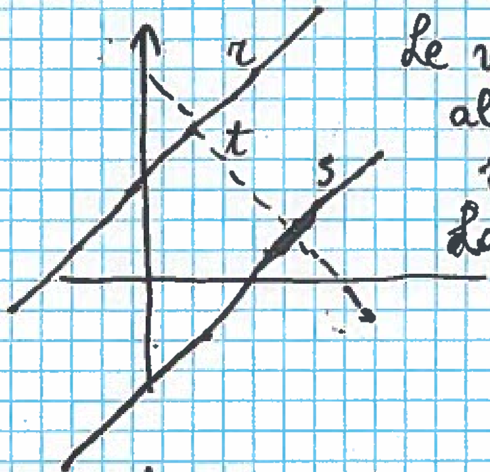
Indichiamo con r_1, r_2 le lunghezze dei raggi rispettivamente del primo e del secondo cerchio, con l_1, l_2 le lunghezze delle rispettive circonferenze, e con A_1, A_2 la misura delle rispettive aree. Si ha: $A_1=\pi r_1^2$, $A_2=\pi r_2^2$, $A_1=2A_2$, $l_1=2\pi r_1$, $l_2=2\pi r_2$. Poiché $A_1=2A_2$, segue che $\pi r_1^2=2\pi r_2^2$, quindi $\frac{r_1^2}{r_2^2}=2$, e di conseguenza $\frac{r_1}{r_2}=\sqrt{2}$. Si ha: $\frac{l_1}{l_2}=\frac{2\pi r_1}{2\pi r_2}=\frac{r_1}{r_2}=\sqrt{2}=2^{\frac{1}{2}}$. La risposta esatta è quindi (D).

80 E 415. Due rette di equazioni $y = mx + p$ e $y = nx + q$ sono tra loro parallele se .....

..... hanno lo stesso coefficiente angolare, cioè $m = n$, ossia $m - n = 0$. La risposta esatta è quindi (A).

80 E 421 Nel piano, due rette sono parallele quando

(A) hanno un punto in comune
(B) sono perpendicolari alla stessa retta
(C) formano un angolo ottuso
(D) formano un angolo acuto
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta



Le rette r ed s sono perpendicolari alla stessa retta t, e pertanto sono parallele.
La risposta esatta è (B).

80 E 423 Quale dei seguenti poligoni regolari inscritti nello stesso cerchio ha l'area maggiore?

(A) Esagono
(B) Quadrato
(C) Triangolo
(D) Pentagono
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

Si può vedere quello che ha il maggior numero di lati, e quindi, nel nostro caso, l'esagono. La risposta esatta è (A).

80 E 424 Quali sono le coordinate dei punti di intersezione della curva di equazione $y^2 = x + 24$ con la retta di equazione $x = 1$?

Si deve avere $\begin{cases} x = 1 \\ y^2 = x + 24 \end{cases}$, quindi $y^2 = 25$, cioè $y = 5$ oppure $y = -5$. I punti sono quindi $(1,5)$ ed $(1,-5)$. La risposta esatta è pertanto (A).

80 E 428 Il coefficiente angolare di una retta è

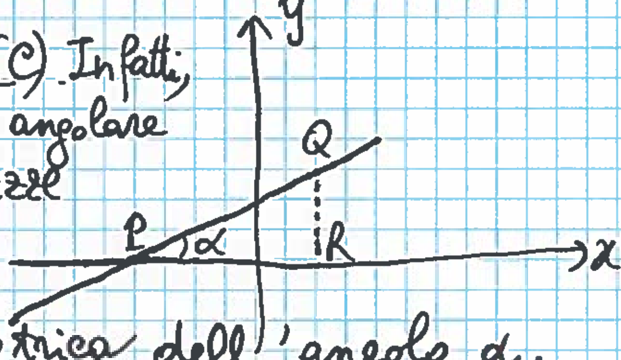
(A) la misura in radianti dell'angolo che la retta forma con il semiasse positivo delle ascisse

(B) la misura in gradi dell'angolo che la retta forma con il semiasse positivo delle ascisse

(C) il valore della tangente trigonometrica dell'angolo che la retta forma con il semiasse positivo delle ascisse

(D) il valore del coseno dell'angolo che la retta forma con il semiasse positivo delle ascisse

(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

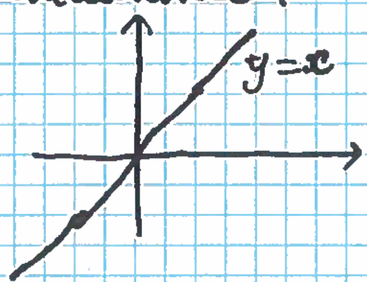


La risposta corretta è (C). Infatti, nella figura, il coefficiente angolare è il rapporto tra le lunghezze $\frac{\overline{QR}}{\overline{PR}}$, che corrisponde alla tangente trigonometrica dell'angolo α.

80 E 429 In un piano cartesiano l'equazione $y = x$ rappresenta ....

.... la bisettrice del I e del III Quadrante.

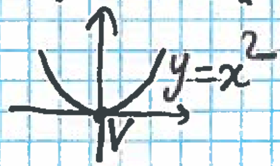
La risposta esatta è quindi (D).



80E431. Qual è il vertice V della parabola di equazione $y=x^2$?

Essendo la parabola di equazione del tipo $y=ax^2+bx+c$ con $a>0$, allora il suo vertice è il punto avente ordinata più bassa, e quindi, nel nostro caso, V è il punto di coordinate $y=0$ e (di conseguenza) $x=0$. Dunque, $V=(0,0)$ e la risposta esatta è (A).

Si veda anche il quesito 77C562



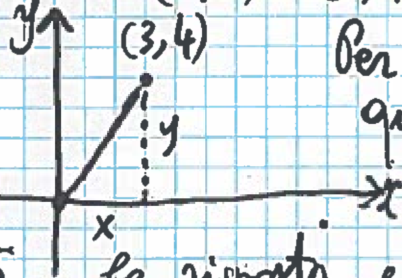
80E432 Un triangolo rettangolo ha un'area di $10\,cm^2$.
I suoi lati misurano:
(A) 1 cm, 20 cm, $\sqrt{40}$ cm
(B) 2 cm, 10 cm, $\sqrt{52}$ cm
(C) 4 cm, 5 cm, $\sqrt{41}$ cm
(D) 3 cm, 4 cm, 5 cm
(E) quesito senza soluzione univoca e corretta

Vediamo i quadrati dei lati, nei relativi casi, e vediamo se un numero di una terna si ottiene come somma degli altri due numeri (di una stessa terna).
Le terne in questione sono

Caso (A):	1	400	40
Caso (B):	4	100	52
Caso (C):	16	25	41
Caso (D):	9	16	25

Questa proprietà è verificata solamente nei casi (C) e (D).
Quindi i triangoli in (A) e in (B) <u>non</u> sono rettangoli.
Nel caso (C), i cateti sono 4 e 5 (i lati minori) e l'ipotenusa è $\sqrt{41}$. L'area è: $\frac{4\cdot 5}{2}=10$, quindi (C) è la risposta giusta.
Nel caso (D), i cateti sono 3 e 4, e l'ipotenusa è 5. L'area è: $\frac{3\cdot 4}{2}=6$ e non 10. Abbiamo visto quindi che (A), (B) e (D) sono errate.

80 E 434. Qual è la distanza tra i due punti di coordinate (0,0) e (3,4)?



Per il teorema di Pitagora, questa distanza è uguale a $\sqrt{x^2+y^2} = \sqrt{3^2+4^2} = \sqrt{9+16} =$
$= \sqrt{25} = 5$. La risposta esatta è (B).

80 E 435 L'area di un cerchio di raggio unitario è uguale a....

Si ha: $A = \pi r^2$, ove r è il raggio della circonferenza. Nel nostro caso, $r=1$, e quindi l'area è π.
La risposta esatta è (B).

80 E 436 Quali sono le coordinate dei punti di intersezione della curva $2y^2 = 3x+8$ con l'asse delle y?

Si deve avere: $\begin{cases} 2y^2 = 3x+8 \\ x = 0 \end{cases}$ (perché l'equazione dell'asse delle y è $x=0$). Quindi $2y^2 = 8$, $y^2 = 4$, $y = 2$ oppure $y = -2$.
Dunque i punti richiesti sono $(0,2)$ e $(0,-2)$.

80 E 437 A quanti radianti corrispondono $90°$?

Vedi quesito 76C28: all'angolo a in radianti corrisponde l'angolo $180 \cdot \frac{a}{\pi}$ in gradi sessagesimali, e quindi all'angolo b in gradi sessagesimali corrisponde l'angolo $b \cdot \frac{\pi}{180}$ in radianti. Nel nostro caso, si ha $\frac{90 \cdot \pi}{180} = \frac{\pi}{2}$. A $90°$ corrispondono $\frac{\pi}{2}$ radianti.
La risposta esatta è (A).

80E439 Qual è il rapporto fra l'area di un cerchio di raggio unitario e l'area del quadrato inscritto?

Al quesito 76C21, abbiamo visto che, se L è il lato del quadrato inscritto nella circonferenza ed R è il raggio della circonferenza, si ha $2R^2 = L^2$. L'area del cerchio è: $A_C = \pi R^2 = \pi$ (nel nostro caso). L'area A_Q del quadrato inscritto è $A_Q = L^2 = 2$ (nel nostro caso) Quindi $\frac{A_C}{A_Q} = \frac{\pi}{2}$. La risposta esatta è quindi (C).

80E440 Un triangolo rettangolo ha un angolo di 60°. Quanti gradi vale l'altro angolo acuto?

Poiché la somma degli angoli di un triangolo è 180° (si veda anche il quesito 77C130), allora, indicando con x l'ampiezza del terzo angolo, si ha: $x = 180° - (90° + 60°) = 180° - 150° = 30°$. La risposta esatta è (D).

80E442 Che tipo di curva del piano x,y è quella che ha equazione $x^2 + y^2 = r^2$? (ove $r > 0$)

L'equazione si scrive anche $\sqrt{x^2+y^2} = r$, cioè dist$((x,y),(0,0)) = r$ ove dist(---) esprime la distanza del generico punto (x,y) dall'origine $(0,0)$, come visto anche in altri quesiti (v. anche, per esempio, il quesito 80E434). Quindi si tratta di una circonferenza.

La risposta esatta è (B).

80E444. La retta di equazione $y = 3x$:

(A) è parallela all'asse x

(B) passa per il punto $P = (2,6)$

(C) non passa per l'origine

(D) è parallela all'asse y

(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

La retta $y = 3x$ non è né parallela all'asse x (altrimenti sarebbe $y = k$, con k costante) né parallela all'asse y (altrimenti sarebbe $x = h$, con h costante). Quindi (A) e (D) sono da escludere. Se al posto di (x,y) ci mettiamo $(0,0)$ si ottiene $0 = 0$, cioè un'identità. Quindi la retta passa per l'origine e (C) è falsa. Se al posto di (x,y) si mette $(2,6)$, si ha: $6 = 3 \cdot 2$, quindi un'identità. La retta passa per il punto $(2,6)$, e quindi (B) è la risposta esatta.

80E445 Quale dei seguenti punti non giace sulla retta r di equazione $y=2x+1$?

(A) $(1,3)$

(B) $(0,1)$

(C) $(-1,-1)$

(D) $(-1,1)$

(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

Caso (A): se al posto di x ed y ci mettiamo rispettivamente 1 e 3, si ottiene $3=2\cdot1+1$, vero. Quindi $(1,3)$ giace sulla retta r. Quindi (A) è falsa.

Caso (B): se al posto di x ed y ci mettiamo rispettivamente 0 ed 1, si ottiene $1=2\cdot0+1$, vero. Pertanto $(0,1)$ giace sulla retta r. Dunque (B) è falsa.

Caso (C): se al posto di x ed y ci mettiamo rispettivamente -1 e -1, si ottiene $-1=2\cdot(-1)+1=-2+1$, vero. Pertanto anche il punto $(-1,-1)$ giace sulla retta r, e (C) è falsa.

Caso (D): se al posto di x si mette -1 e al posto di y si mette 1, si ottiene $1=2\cdot(-1)+1=-2+1=-1$: questo NON è vero. Quindi il punto $(-1,1)$ NON giace sulla retta r, e la risposta esatta è (D).

80E446 Quale delle seguenti equazioni rappresenta una curva passante per l'origine?

(A) $y=3x-3$

(B) $y=x^2-1$

(C) $y=2$

(D) $y=x^2$

(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

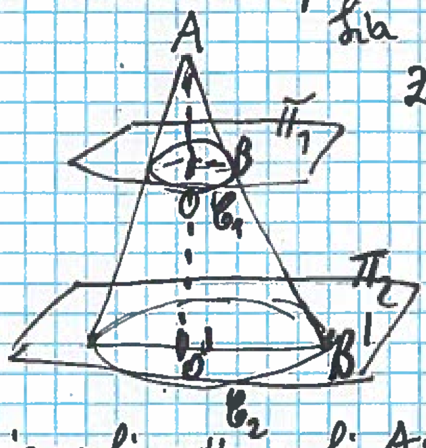
Affinché una curva passi per l'origine, si deve verificare che, se si sostituisce x con 0 ed y con 0, si deve ottenere un'identità.

Nel caso (A), si ha $0=-3$ falso.

Nel caso (B), si ha $0=-1$ falso. Nel caso (C), $0=2$ falso.

Nel caso (D), si ha $0=0$ vero. La risposta esatta è (D).

80 E 448 Un cono circolare retto è secato da due piani perpendicolari all'asse, che distano dal vertice rispettivamente 2 e 6 metri. Qual è il rapporto tra le aree delle intersezioni del cono con i due piani?



Sia A il vertice del cono. L'intersezione del cono con i due piani π_1 e π_2 sono rispettivamente il cerchio $\mathscr{C}_1$ di centro O e raggio OB e il cerchio $\mathscr{C}_2$ di centro O' e raggio O'B'. Siano $r_1 = \overline{OB}$, $r_2 = \overline{O'B'}$. Si ha (in metri): $\overline{AO} = 2$, $\overline{AO'} = 6$.

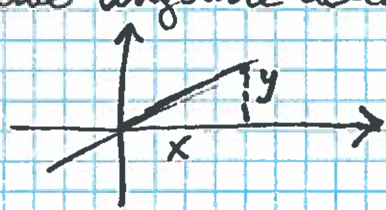
I triangoli rettangoli AOB ed AO'B' sono simili, in quanto hanno gli angoli uguali. Allora i loro lati sono in proporzione. In particolare si ha: $\frac{r_2}{r_1} = \frac{6}{2} = 3$. Il rapporto richiesto è quello tra le aree dei due cerchi $\mathscr{C}_2$ e $\mathscr{C}_1$. Si ha:

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{\text{area } \mathscr{C}_2}{\text{area } \mathscr{C}_1} = \frac{\pi r_2^2}{\pi r_1^2} = \frac{r_2^2}{r_1^2} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 = 3^2 = 9.$$ Risposta giusta: (B).

80 E 449 L'equazione di una retta nel piano cartesiano è $y = a + bx$. Il coefficiente b definisce

(A) una misura della pendenza della retta
(B) l'intersezione con l'asse y
(C) il valore di y per x = 0
(D) il valore di y per x = 1
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

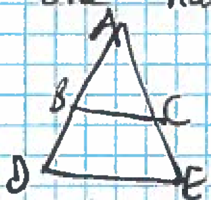
Il coefficiente b definisce il coefficiente angolare della retta, $b = \frac{y}{x}$ in figura, quindi b è una misura della pendenza della retta.



80E451 Se abbiamo una sfera ed un cubo di uguale volume, la superficie della sfera è ......
...... minore di quella del cubo (v. quesito n. 77C553)
Le risposte indicate sono:
(A) maggiore di quella del cubo
(B) uguale a quella del cubo
(C) non sono noti elementi per rispondere
(D) le superfici non sono fra loro comparabili
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

80E455 Per caratterizzare un triangolo, è necessario conoscerne alcuni elementi (per esempio lati, angoli ...)
Quale dei seguenti insiemi di elementi NON consente di caratterizzare un unico triangolo?
(A) Un lato e gli angoli ad esso adiacenti
(B) Un lato, un angolo ad esso adiacente, e l'angolo ad esso opposto
(C) due lati e l'angolo compreso
(D) I tre angoli
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

La risposta (D) è quella giusta. Infatti due triangoli che hanno gli angoli uguali, come i triangoli ABC e ADE nella figura, sono SIMILI, e non necessariamente uguali. Gli elementi indicati in (A), (B), (C), invece, caratterizzano un unico triangolo.



80E456 Due rette di equazioni $y=mx$ ed $y=nx$ sono tra loro perpendicolari se ....
.... i loro coefficienti angolari sono nello stesso tempo reciproci e opposti (per esempio $\frac{3}{2}$ e $-\frac{2}{3}$), quindi $m \cdot n = -1$. La risposta esatta è (A).

80E457 Due sfere hanno raggi di lunghezza l'una tripla dell'altra. Qual è il rapporto tra la misura del volume della sfera di raggio maggiore e quella del volume della sfera di raggio minore?

Indichiamo con r_1 ed r_2 i raggi delle due sfere e, senza restrizione, con r_2 quello più grande. Indichiamo i rispettivi volumi con V_1 e V_2. Si ha: $r_2 = 3r_1$, e quindi $\frac{r_2}{r_1} = 3$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\frac{4}{3}\pi r_2^3}{\frac{4}{3}\pi r_1^3} = \frac{r_2^3}{r_1^3} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^3 = 3^3 = 27.$$

80E459 La parabola di equazione $y = 4 - x^2$ ...

(A) non taglia l'asse delle x

(B) è tangente all'asse x

(C) taglia l'asse x in due punti simmetrici rispetto all'origine

(D) taglia l'asse x in due punti entrambi di ascissa positiva

(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

Studiamo le intersezioni della parabola con l'asse x.
Si deve avere $\begin{cases} 4 - x^2 = y \\ y = 0 \end{cases}$ quindi $4 - x^2 = 0$ ossia $x^2 - 4 = 0$
$x^2 = 2$ $x = +2$ oppure -2. I punti 2 e -2 sono simmetrici rispetto all'origine, e quindi la risposta esatta è (C).

80E460 Un cono e un cilindro circolari retti hanno uguale altezza, e il raggio di base del cono uguale al diametro del cilindro. Detto V il volume del cono e W il volume del cilindro, quant'è il rapporto $\frac{V}{W}$?

Indichiamo con r il raggio di base del cilindro. Il raggio di base del cono è $2r$. Il volume del cono è $V = \frac{\pi(2r)^2 h}{3} = \frac{4\pi r^2 h}{3}$, ove h è l'altezza del cono; h è anche l'altezza del cilindro, e il volume del cilindro è $W = \pi r^2 h$.
Si ha: $\frac{V}{W} = \frac{1}{3}\,\frac{4\pi r^2 h}{\pi r^2 h} = \frac{4}{3}$. La risposta esatta è (A).

80E461 Il rapporto tra la misura del volume e la misura della superficie di una sfera di raggio r è ......

...... $\dfrac{\frac{4}{3}\pi r^3}{4\pi r^2} = \dfrac{r}{3}$. La risposta esatta è (C).

80E463 Un angolo di 360° sessagesimali, espresso in radianti, è uguale approssimativamente a ......

Abbiamo visto (vedi quesito 76C28) che a 360° corrisponde la lunghezza dell'intera circonferenza, che è 2π. Quindi 2π radianti, cioè circa 6.28 radianti. La risposta esatta è (D).

80E464 Lo spigolo di un cubo ha lunghezza 10 mm. Quanti metri cubi misura il volume del cubo?

In millimetri cubi, il volume del cubo è $1000 = 10^3$. Un millimetro è uguale a $\dfrac{1}{1000} = 10^{-3}$ metri, e quindi un millimetro cubo è uguale a $(10^{-3})^3 = 10^{-3\cdot 3} = 10^{-9}$ metri cubi. In metri cubi, il volume del cubo è $10^3 \cdot 10^{-9} = 10^{-6}$ metri cubi = un milionesimo di metri cubi. La risposta esatta è (A).

80E467 Dove si intersecano le rette di equazioni $x = y$ e $x + y = 2$?

Facciamo il sistema $\begin{cases} x = y \\ x + y = 2 \end{cases}$ $\quad x + x = 2 \quad 2x = 2 \quad x = 1 \quad y = 1$

Il punto di intersezione delle due rette è (1, 1), e quindi la risposta esatta è (C).

80E468 La misura in radianti di un angolo di 60° è ......

Abbiamo visto (v. quesito 76C28) che, se a è la misura di un angolo in radianti e b la sua corrispondente misura in gradi sessagesimali, si ha: $b = 180 \cdot \dfrac{a}{\pi}$, ossia $a = \dfrac{\pi}{180} \cdot b$. Nel nostro caso $b = 60°$, quindi $a = \dfrac{\pi \cdot 60}{180} = \dfrac{\pi}{3}$ radianti. La risposta esatta è (B).

80E469 Un quadrato ha il lato L uguale al raggio di una circonferenza. Qual è il rapporto fra il perimetro del quadrato e la misura della circonferenza?

Questo rapporto è: $\frac{4L}{2\pi L} = \frac{2}{\pi} < 1$. La risposta esatta è (B).

80E470 La curva che nel piano x, y ha equazione $y = 5x + 7$ è ...

... una retta. La risposta esatta è (D).

80E473 La funzione $x + y = K$ rappresenta sul piano cartesiano ...

... una retta. La risposta esatta è (C).

80E474 Qual è l'equazione della retta che forma con il semiasse positivo delle x un angolo di 45° e incontra l'asse y nel punto $(0, -3)$?

L'equazione di una generica retta (non verticale) è $y = mx + q$. Poiché la retta forma un angolo di 45° con il semiasse positivo delle x, il suo coefficiente angolare è uguale alla tangente goniometrica di 45°, cioè 1. Quindi $m = 1$. Determiniamo ora q in modo che la nostra retta passi per il punto di coordinate $x = 0$, $y = -3$. Si deve avere: $-3 = 0 + q$, cioè $q = -3$. La retta è $y = x - 3$, e la risposta esatta è (C).

80E475 Qual è il punto di intersezione tra le due rette $x - y = 3$ ed $x + y = 1$?

Facciamo il sistema: $\begin{cases} x - y = 3 \\ x + y = 1 \end{cases}$. Sommando le due equazioni, otteniamo $2x = 4$, da cui $x = 2$. Inoltre, $y = 1 - x = -1$. Il punto di intersezione è $(2, -1)$ e la risposta esatta è (C).

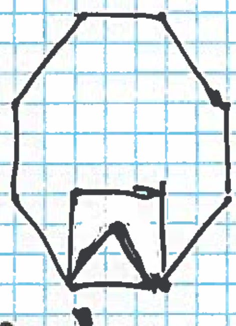
80E476 Qual è il punto di intersezione tra la retta di equazione $y = 3x + 2$ e l'asse delle x?

Si deve avere $y = 3x + 2$, $y = 0$, quindi $3x + 2 = 0$ $3x = -2$ $x = -\frac{2}{3}$. Il punto di intersezione è $-\frac{2}{3}$, e quindi un punto di ascissa negativa. La risposta esatta è (A).

80 E 477 Quale dei seguenti poligoni regolari di lato uguale ha l'area maggiore?

(A) Ottagono
(B) Pentagono
(C) Quadrato
(D) Triangolo
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta.

Quello che ha il maggior numero di lati, quindi, nel nostro caso, l'ottagono. La risposta esatta è (A).



80 E 478 La misura di una diagonale di un quadrato si può ottenere:

.... moltiplicando la misura del lato per $\sqrt{2}$.

La risposta esatta è (B).

80 E 479 Due cerchi hanno raggi di lunghezza l'una tripla dell'altra. Qual è il rapporto tra la misura della superficie del cerchio di raggio maggiore e quella della superficie del cerchio di raggio minore?

Indichiamo con r_1 il raggio minore, con r_2 il raggio maggiore, e A_1, A_2 le rispettive aree. Si ha: $r_2 = 3r_1$. Quindi

$\frac{A_2}{A_1} = \frac{\pi r_2^2}{\pi r_1^2} = \frac{\pi (3r_1)^2}{\pi r_1^2} = \frac{9\pi r_1^2}{\pi r_1^2} = 9$. Risposta esatta: (C).

80 E 481 Se il raggio di una sfera si raddoppia, cosa fa il suo volume?

Il volume della prima sfera è $\frac{4}{3}\pi r_1^3 = V_1$.

Il volume della seconda sfera è $\frac{4}{3}\pi r_2^3 = V_2$, ove $r_2 = 2 \cdot r_1$. Dunque, si ha:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\frac{4}{3}\pi r_2^3}{\frac{4}{3}\pi r_1^3} = \frac{r_2^3}{r_1^3} = \frac{(2r_1)^3}{r_1^3} = \frac{8r_1^3}{r_1^3} = 8.$$

Quindi il volume aumenta di 8 volte. Risposta giusta: (D).

80 E 482 Una circonferenza è un caso particolare di: .... ellisse. La risposta esatta è (C)

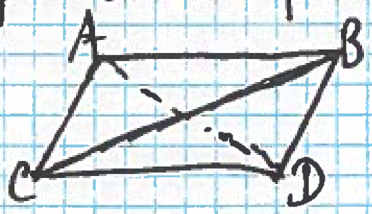
80 E 484 Nel piano x, y, che cosa rappresentano le equazioni $y = x + 1$ ed $y = x + 3$?

(A) due rette che si intersecano nel punto (1, 3)
(B) due rette che si intersecano nell'origine
(C) due rette perpendicolari
(D) due rette parallele
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

Osserviamo che i coefficienti angolari delle due rette sono uguali ad 1. Quindi le due rette sono parallele.
La risposta esatta è (D).

80 E 488 Il numero π (3,1416....) è il rapporto tra .... la lunghezza di una circonferenza e il suo diametro.
La risposta esatta è (D).

80E490 In un parallelogramma ciascuna delle diagonali, rispetto al semiperimetro, ha lunghezza ......



Notiamo che, in un triangolo, LA LUNGHEZZA DI CIASCUN LATO DEV'ESSERE MINORE DELLA SOMMA (e maggiore della differenza) degli altri due. In particolare, nel triangolo ABC, la lunghezza del lato BC (cioè la diagonale BC del parallelogramma ABCD) è minore (strettamente minore) della somma delle lunghezze dei lati AB e AC, cioè del semiperimetro del nostro parallelogramma. Analogamente si procede se si considerano la diagonale AD e il triangolo ACD (o il triangolo ABD). Quindi la risposta esatta è:

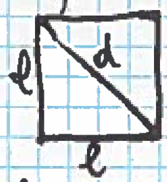
..... ha lunghezza sempre minore, cioè (B).

80E492 A quanti radianti corrispondono 180°?

Si procede come nel quesito 80E468 (vedi anche quesito 76C28), ottenendo: numero di radianti $= \frac{\pi}{180} \cdot$ numero di gradi sessagesimali. Nel nostro caso, si ha

$\frac{\pi}{180} \cdot 180 = \pi$ radianti. La risposta esatta è (C).

80E495 Il lato di un quadrato è uguale al diametro di una circonferenza. Il rapporto tra la misura della diagonale del quadrato e quella della lunghezza della circonferenza è ....



Indicando con ℓ la lunghezza del lato del quadrato e con d quella della sua diagonale, per il teorema di Pitagora si ha: $2\ell^2 = d^2$, da cui $d = \ell\sqrt{2}$.

Indichiamo con r il raggio della circonferenza. Si ha: $\ell = 2r$, $r = \frac{\ell}{2}$. Indichiamo con C la lunghezza della circonferenza. Si ha: $C = 2\pi r = 2\pi \frac{\ell}{2} = \pi \ell$, e quindi

$$\frac{d}{C} = \frac{\ell\sqrt{2}}{\pi \ell} = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \simeq \frac{1.4142}{3.1416} < 1.$$ La risposta esatta è (C).

80E497 Nel piano cartesiano, l'equazione $x = -3$ rappresenta ...... una retta parallela all'asse delle y

La risposta esatta è (C).

80E500 Qual è il volume di una sfera di diametro unitario?

Sia r il raggio della sfera. Si ha: $r = \frac{1}{2}$, e quindi

$$\text{Volume} = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot \frac{1}{2^3} = \frac{\cancel{4}}{3}\pi \cdot \frac{1}{\cancel{8}_2} = \frac{\pi}{6}.$$

La risposta esatta è (B).

80E501 Due coni retti, a base circolare e di uguale altezza h, hanno raggi di base r ed s, con $r = 0.5 \cdot s$. Qual è il rapporto tra il volume V del cono con raggio di base r e il volume W del cono con raggio di base s?

Si ha: $r = \frac{s}{2}$, e quindi $\frac{V}{W} = \frac{\pi r^2 h}{3} : \frac{\pi s^2 h}{3} =$

$$= \frac{\cancel{\pi} \cdot \left(\frac{s}{2}\right)^2 \cdot \cancel{h}}{\cancel{3}} \cdot \frac{\cancel{3}}{\cancel{\pi} s^2 \cancel{h}} = \frac{s^2}{4} \cdot \frac{1}{s^2} = \frac{1}{4}.$$

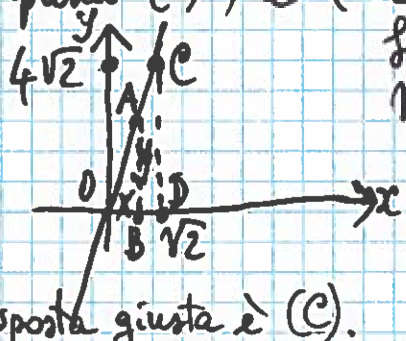
La risposta esatta è (A).

80 E 503. Se il diametro di un cerchio misura 10^{-2} metri, allora quanti metri misura il suo raggio?

Il raggio misura la metà del diametro, e quindi
$\frac{10^{-2}}{2} = \frac{1}{100} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{200}$ metri. La risposta esatta è (B).

80 E 505. Se il diametro di una sfera ha lunghezza 6 cm, allora quanto misura, approssimativamente, il volume della sfera?
Sia r il raggio della sfera. Si ha: r = 3 cm. Quindi
Volume $= \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 3^3 = \frac{4}{\cancel{3}}\pi \cdot \cancel{27}^{\,9} = 36\pi \simeq 113.04$ cm^3
La risposta esatta è (C).

80 E 507. Determinare l'equazione della retta passante per i punti $(0,0)$ e $(\sqrt{2}, 4\sqrt{2})$.



Sia (x,y) un generico punto della retta r. Nella figura, i triangoli OAB e OCD sono simili, e quindi si ha $\frac{y}{x} = \frac{CD}{OD} = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 4$. Pertanto, $y = 4x$. La risposta giusta è (C).

80 E 508 Un triangolo, un quadrato, un pentagono e un cerchio hanno perimetro uguale. Che cosa si può dire delle loro aree?
Il cerchio è la figura che ha area massima: quindi la risposta esatta è (C).

80 E 510 Un triangolo rettangolo ha un cateto lungo 4 e area 8. A che cosa è uguale il quadrato dell'ipotenusa?

Indichiamo con c_1 la lunghezza del primo cateto e c_2 quella dell'altro cateto, e con A l'area. Si ha:

$c_1 = 4 \quad A = \frac{c_1 c_2}{2} \quad 8 = \frac{c_1 c_2}{2} = \frac{\cancel{4}^{2} c_2}{\cancel{2}} \quad 2c_2 = 8 \quad c_2 = 4$

Il quadrato dell'ipotenusa, per il teorema di Pitagora, è uguale alla somma dei quadrati dei cateti, cioè a $4^2 + 4^2 = 16 + 16 = 32$. La risposta esatta è (D).

80 E 518 Sia data la retta $y = 2x + b$. Perché la retta passi per il punto $(1, 3)$, quanto deve valere b?

Imponiamo il passaggio per il punto di coordinate $x = 1$ ed $y = 3$. Si deve avere $3 = 2 \cdot 1 + b$, cioè $3 = 2 + b$, quindi $b = 1$. La risposta esatta è (A).

80 E 522 Due rette distinte sono parallele se, oltre a non avere punti comuni, soddisfano la condizione di

(A) essere omogenee

(B) avere la stessa lunghezza

(C) formare un angolo di 90°

(D) essere complanari

(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

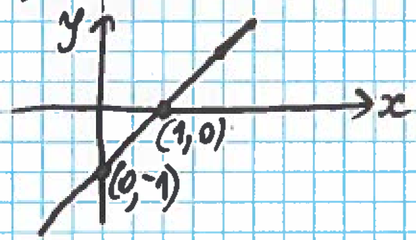
La risposta esatta è (D).

80 E 523 Se la retta $y = ax + b$ passa per i punti di coordinate $(1,0)$ e $(0,-1)$, quale condizione è vera?

(A) $a > 0, b > 0$
(B) $a < 0, b > 0$
(C) $a < 0, b < 0$
(D) $a > 0, b < 0$
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

Determiniamo i parametri a e b, imponendo il passaggio per i punti $(1,0)$ e $(0,-1)$.
Si deve avere un'identità, qualora si sostituisca x con 1 ed y con 0, e qualora si sostituisca x con 0 ed y con -1.
Quindi si ottiene: $0 = a \cdot 1 + b$, $a + b = 0$; $a = -b$
$-1 = 0 + b$ $b = -1$; $a = -b = -(-1) = 1$. In conclusione,

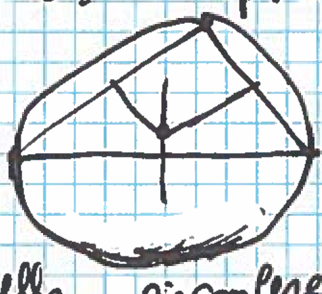
$\boxed{a = 1, \ b = -1}$



L'equazione della retta è:
$y = x - 1$. Quindi $a > 0, b < 0$,
e la risposta esatta è (D).

80 E 525 Il luogo geometrico dei punti del piano per i quali è costante la somma delle loro distanze da due punti fissi detti fuochi è ....
.... per definizione, l'ellisse. La risposta esatta è (C).

80 E 526 Come si chiama il punto in cui si incontrano i tre assi di un triangolo?
Circocentro. La risposta esatta è (D). Per definizione, il circo=centro è il punto di incontro degli assi dei suoi lati, cioè delle perpendicolari ai lati passanti per il loro punto medio.



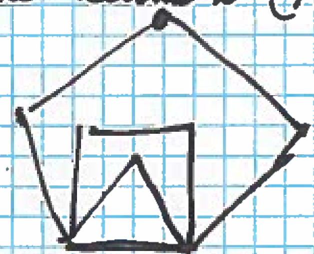
Si può vedere che il circocentro è il centro della circonferenza circoscritta al triangolo.

80 E 527 Dati un pentagono regolare, un quadrato e un triangolo equilatero, tutti di lato A, come sono in relazione tra di loro le aree delle tre figure?

L'area più grande è quella del poligono che ha il maggior numero di lati, quindi si ha:

Area pentagono > area quadrato > area triangolo.

La risposta esatta è (A).



80 E 528 Data una sfera di raggio R e un cubo di lato L, con R=L, a quanto è uguale il rapporto tra le rispettive superfici?

Poiché R=L, questo rapporto è uguale a

$\frac{4\pi L^2}{6L^2} = \frac{2\pi}{3}$. La risposta esatta è (A).

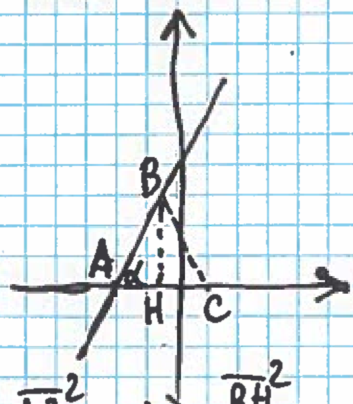
80 E 532 Un triangolo rettangolo, ruotando intorno all'ipotenusa, genera:

(A) una piramide
(B) un prisma
(C) un tronco di cono
(D) un cono retto
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

Il solido di rotazione che viene generato è formato da due coni uniti per la base (si veda quesito n. 77 C 755).

Quindi nessuna delle risposte (A), (B), (C), (D) è esatta, e pertanto la risposta giusta è (E).

80 E 533 Quale angolo forma la retta di equazione $y=\sqrt{3}\,x+45$ con l'asse x?



Si deve avere: $tg\,\alpha=\sqrt{3}=\frac{\overline{BH}}{\overline{AH}}$.
Vediamo che $\alpha=60°=\frac{\pi}{3}$ radianti.
Infatti, se $\alpha=60°$, allora il triangolo ABH in figura è la metà di un triangolo equilatero. Per il teorema di Pitagora, si ha:

$\overline{BH}^2+\overline{AH}^2=\overline{AB}^2$, cioè $\frac{\overline{BH}^2}{\overline{AH}^2}=\frac{\overline{AB}^2}{\overline{AH}^2}-\frac{\overline{AH}^2}{\overline{AH}^2}=\frac{(2\cdot\overline{AH})^2}{\overline{AH}^2}-1=$
$=4\cdot\frac{\overline{AH}^2}{\overline{AH}^2}-1=4-1=3$, da cui $\frac{\overline{BH}}{\overline{AH}}=\sqrt{3}$. La risposta esatta è (C).

80 E 534 A quanti metri quadrati equivale mezzo chilometro quadrato?
Un chilometro equivale a 1000 metri, e quindi un Km^2 equivale a $(1000)^2\,m^2=1'000'000\,m^2$. Quindi mezzo chilometro quadrato equivale a $500'000\,m^2$. La risposta esatta è (A).

80 E 535. Sia $y=1-4x$ l'equazione di una retta. Quale, tra le seguenti, è una retta perpendicolare a quella data?
(A) $y=1+4x$
(B) $y=-1+4x$
(C) $y=2-0.25x$
(D) $y=6+0.25x$
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

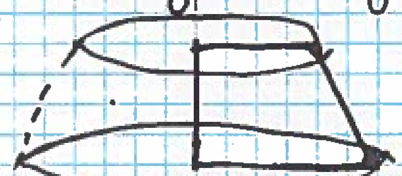
I coefficienti angolari di due rette perpendicolari sono (contemporaneamente) reciproci e opposti. Il coefficiente angolare della prima retta è -4, e quindi il coefficiente angolare della seconda retta dev'essere $\frac{1}{4}$, cioè 0.25. Questa proprietà è verificata solamente dalla retta la cui equazione è in (D) e non nelle altre risposte. Quindi (D) è la risposta giusta.

80 E 537 In un cerchio di diametro D è inscritto un quadrato di lato L. Stabilire quale relazione lega D e L.

Sia R il raggio del cerchio. Si ha: $L = \sqrt{2} \cdot R$ (vedi quesito 76 C 21), $D = 2R$, e quindi $\frac{D}{L} = \frac{2R}{\sqrt{2}\,R} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}\,\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$, e quindi $\boxed{D = \sqrt{2} \cdot L = 2^{\frac{1}{2}} \cdot L}$.

La risposta esatta è (C).

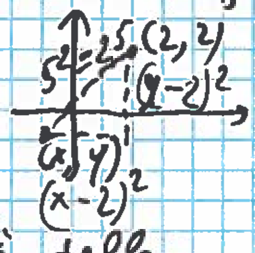
80 E 549 Se si fa ruotare un trapezio rettangolo intorno al lato ortogonale agli altri due, che cosa si genera?



Si genera un tronco di cono (v. figura). La risposta esatta è (B)

80 E 550 Nel piano cartesiano (x,y), quanti punti in comune hanno due cerchi di raggio uguale, di lunghezza 5, e di centri di coordinate $(2,2)$ e $(10,8)$?

L'equazione delle due circonferenze sono rispettivamente $\mathcal{C}_1$ $(x-2)^2+(y-2)^2=25$ e $\mathcal{C}_2$ $(x-10)^2+(y-8)^2=25$: infatti l'equazione $\mathcal{C}_1$ esprime il fatto che la distanza del generico punto (x,y) dal punto $(2,2)$ dev'essere uguale a 5: infatti questa distanza, in virtù del teorema di Pitagora, si esprime come $\sqrt{(x-2)^2+(y-2)^2}$ (cioè la distanza fra due punti è "la radice quadrata della somma dei quadrati delle differenze delle coordinate omonime"). Analogamente, l'equazione $\mathcal{C}_2$ esprime il fatto che la distanza del generico punto (x,y) dal punto $(10,8)$ dev'essere uguale a 5.



«Combinando» $\mathcal{C}_1$ e $\mathcal{C}_2$ si ottiene: $(x-2)^2+(y-2)^2=(x-10)^2+(y-8)^2$, cioè $\cancel{x^2}-4x+4+\cancel{y^2}-4y+4=\cancel{x^2}-20x+100+\cancel{y^2}-16y+64$, ossia $16x+12y=156$, vale a dire $4x+3y=39$. Quindi

$3y = 39-4x \qquad y = \frac{39}{3} - \frac{4}{3}x \qquad y = -\frac{4}{3}x + 13.$

Sostituendo il valore $y=-\frac{4}{3}x+13$ nell'equazione

$\mathscr{C}_1$ $(x-2)^2+(y-2)^2=25$, si ottiene

$x^2-4x+4+\left(-\frac{4}{3}x+11\right)^2=25$, cioè

$x^2-4x+4+\frac{16}{9}x^2-\frac{88}{3}x+121=25$, ossia

$\frac{25}{9}x^2-\frac{100}{3}x+100=0$, quindi

$25x^2-300x+900=0$, il che vuol dire

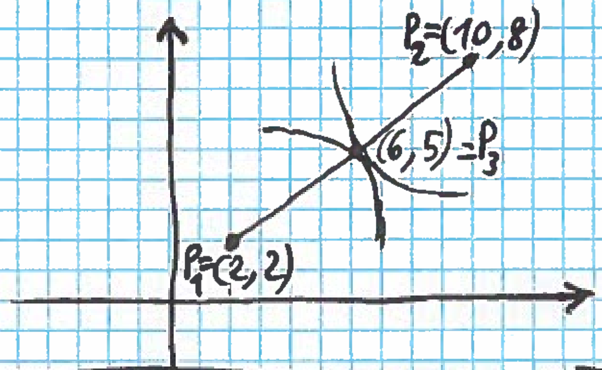
$x^2-12x+36=0$. Quindi $x=\frac{12\pm\sqrt{144-144}}{2}=6$,

ed $y=-\frac{4}{3}\cdot 6+13=13-8=5$.

Pertanto i due cerchi hanno un solo punto in comune, che è il punto di coordinate $x=6$, $y=5$.

Quindi la risposta esatta è (C).

Alla stessa conclusione si giunge con il seguente ragionamento più rapido.



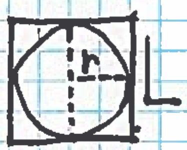
Calcoliamo intanto la distanza fra i punti $(2,2)$ e $(10,8)$: tenendo conto delle considerazioni di prima, si ha che questa distanza è uguale a

$$\sqrt{(10-2)^2+(8-2)^2}=\sqrt{64+36}=\sqrt{100}=10.$$

Dato che la distanza tra i due punti P_1 e P_2 è 10 e il raggio di ciascuno dei due cerchi è 5, si ha che – come suggerisce l'intuizione – i due cerchi si intersecano, si "sfiorano", si "toccano" nell'unico punto P_3 che è costituito dal punto medio P_3 del segmento P_1P_2 (i due cerchi sono TANGENTI ESTERNAMENTE). Le coordinate del punto P_3 sono: $x=\frac{10+2}{2}=6$ ed $y=\frac{8+2}{2}=5$.

80 E 555 Dette A e B rispettivamente le aree del cerchio inscritto e del cerchio circoscritto ad un quadrato di lato 26 cm, quanto vale il rapporto $\frac{B}{A}$?

Nel quesito 76 C 21, abbiamo visto che il rapporto tra il lato L del quadrato e il raggio R del cerchio circoscritto è: $\frac{L}{R} = \sqrt{2}$, e quindi $\frac{R}{L} = \frac{1}{\sqrt{2}}$, vale a dire $R = \frac{L}{\sqrt{2}}$, ed $R^2 = \frac{L^2}{2}$.



Inoltre, se r è il raggio del cerchio inscritto nel quadrato, si ha: $r = \frac{L}{2}$, e quindi $r^2 = \frac{L^2}{4}$. Quindi,

$$\frac{B}{A} = \frac{\cancel{\pi} R^2}{\cancel{\pi} r^2} = \frac{L^2}{2} : \frac{L^2}{4} = \frac{L^2}{2} \cdot \frac{4}{L^2} = 2.$$

La risposta esatta è (A). Notiamo inoltre che il valore di $\frac{B}{A}$ (che è 2) <u>NON DIPENDE</u> dalla lunghezza del lato del quadrato, e neppure da quella dei raggi dei due cerchi.

80 E 556 La superficie di una sfera di raggio R è:

(A) quattro volte l'area del cerchio di raggio R

(B) un terzo del volume della sfera

(C) il volume della sfera diviso il quadrato dell'area del cerchio di raggio R

(D) $\frac{4}{3}$ della lunghezza della circonferenza di raggio R

(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

La misura della superficie di una sfera di raggio R è $4\pi R^2 = 4(\pi R^2) =$ 4 volte l'area del cerchio di raggio R. La risposta esatta è (A). Invece: $\frac{1}{3}$ del volume della sfera $= \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{9}\pi R^3$, quindi (B) è errata. La quantità in (C) è:

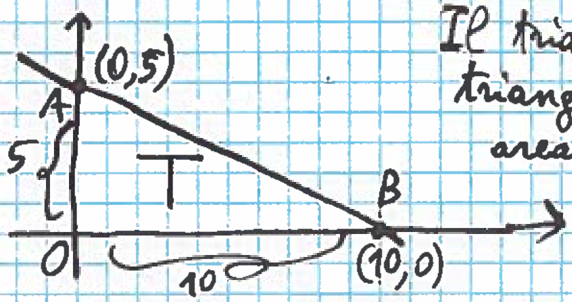
$\frac{\frac{4}{3}\pi R^3}{\pi^2 R^4} = \frac{4}{3\pi R}$, pertanto (C) è errata. La quantità in (D) è:

$\frac{4}{3} \cdot 2\pi R = \frac{8}{3}\pi R$, quindi anche (D) è errata.

80 E 557 La somma di due lati di un rettangolo è di 110 cm, e la loro differenza è di 10 cm. Quanti cm misura il lato minore?

Indichiamo con x ed y le lunghezze dei lati del rettangolo. Si ha: $x+y=110$, $x-y=10$. Sommando queste due equazioni, si ha $2x=120$, e pertanto $x=60$, da cui si ricava $y=110-x=$ $=110-60=50$. Quindi il lato minore misura 50 cm.
La risposta esatta è (D).

80 E 560 Trovare l'area del triangolo T compreso fra gli assi cartesiani e la retta di equazione $y=5-\frac{x}{2}$
Calcoliamo le intersezioni della retta data con gli assi cartesiani. Per $x=0$ si ha $y=5$, quindi il punto $(0,5)$ è l'intersezione della retta con l'asse delle y. Per $y=0$ si ha: $0=5-\frac{x}{2}$, $\frac{x}{2}=5$, e quindi $x=10$. Pertanto il punto $(10,0)$ è l'intersezione della retta con l'asse delle x.



Il triangolo T è quindi il triangolo OAB in figura, la cui area è: $\frac{10\cdot 5}{2}=25$. La risposta esatta è (D).

80 E 564 Che cosa si ottiene prendendo la terza parte di un angolo retto?
La terza parte di un angolo retto corrisponde a $\frac{90}{3}=30$ gradi sessagesimali. Come visto nel quesito 76 C 28, ad un angolo di b gradi sessagesimali corrispondono $b\cdot\frac{\pi}{180}$ radianti. Nel nostro caso, sono $\frac{30\cdot\pi}{180}=\frac{\pi}{6}$ radianti. La risposta esatta è (B).

80E566 Qual è l'ascissa del punto di intersezione delle due rette $y=2$ ed $y=-3x+2$?

Determiniamo le coordinate del punto P di intersezione delle rette

$$\begin{cases} y=2 \\ y=-3x+2 \end{cases}$$

Ovviamente, $y=2$. Troviamo ora x. Si ha: $2=-3x+2$, da cui $-3x=0$, cioè $x=0$.

La risposta esatta è (A).

80E571 Se il sistema di secondo grado formato dall'equazione di una circonferenza e dall'equazione di una retta non ammette soluzioni reali, vuol dire che ....

... la retta non ha punti in comune con la circonferenza.

La risposta esatta è (D).

80E572 In un piano cartesiano x, y, quale delle seguenti equazioni descrive una circonferenza?

(A) $y+x=r$

(B) $y=\sqrt{r^2+x^2}$

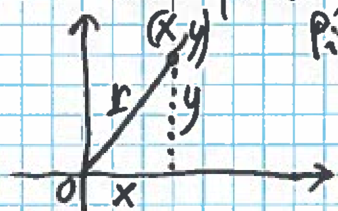
(C) $x^2+y^2=r^2$

(D) $(x+y)^2=r^2$

(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

La risposta esatta è (C). Infatti, $x^2+y^2=r^2$ è l'equazione della circonferenza di centro l'origine $(0,0)$ e raggio r.

Per vedere questo, osserviamo che, per il teorema di Pitagora, la quantità $r=\sqrt{x^2+y^2}$ esprime la distanza di un generico punto (x,y) dall'origine. Quindi il luogo



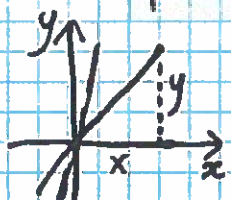
geometrico dei punti del piano (x,y) aventi la stessa distanza r dall'origine, cioè la circonferenza di centro l'origine e raggio r, si esprime con $r=\sqrt{x^2+y^2}$, cioè $x^2+y^2=r^2$.

80E574. Se l'area di un quadrato inscritto in un cerchio vale A, quanto vale l'area del cerchio?
Il lato del quadrato L vale $\sqrt{A}$. Il raggio del cerchio vale $R = \frac{L}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{A}{2}}$ (vedi quesito 76C21), e quindi $R^2 = \frac{A}{2}$.
Pertanto l'area del cerchio misura $\pi R^2 = \frac{A\pi}{2}$.
La risposta esatta è (C).

80E577. Siano $y = mx + k$, $y = m'x + k'$ due rette del piano (con m ed m' diversi da 0). Quale relazione deve sussistere affinché esse siano perpendicolari?
I coefficienti angolari m ed m' devono essere contemporaneamente reciproci ed opposti, quindi $m \cdot m' = -1$, cioè $m = -1/m'$. La risposta esatta è (C).

80E578. L'angolo di 120 è:
.... ottuso. La risposta esatta è (C).

80E579 Nel piano cartesiano x y, l'equazione $y = mx$, al variare di m nell'insieme di tutti i numeri reali, che cosa descrive?
Descrive il fascio delle rette passanti per l'origine, tranne quella verticale, cioè tranne l'asse delle ordinate.



La quantità m esprime il coefficiente angolare. L'equazione dell'asse delle ordinate, cioè dell'asse y, è $x = 0$, e non è del tipo $y = mx$ per nessun numero reale m.
La risposta esatta è (D).

80E580. Qual è la lunghezza del segmento che congiunge i punti di coordinate $(2,4)$ e $(-2,1)$?
È uguale alla distanza tra questi due punti, che si esprime (v. quesito 80E550) come $\sqrt{(2-(-2))^2+(4-1)^2} = \sqrt{4^2+3^2} = \sqrt{16+9} =$
$= \sqrt{25} = 5$. La risposta esatta è (C).

80E581 Tra le seguenti equazioni

a) $x(1-x)+2y=2-x^2$

b) $-x+\frac{1}{2}y=3$

c) $2x=-y-2$

d) $\frac{x}{3}-y=2$

quali rappresentano due rette tra loro perpendicolari?

Calcoliamo i coefficienti angolari delle rette. L'equazione a) si scrive

$x\cancel{-x^2}+2y=2\cancel{-x^2}$ $\quad 2y=-x+2 \quad y=-\frac{x}{2}+1.$

Il coefficiente angolare della retta a) è $-\frac{1}{2}$.

L'equazione b) si scrive

$-2x+y=6 \quad y=2x+6$. Quindi il coefficiente angolare della retta b) è 2.

L'equazione c) si scrive anche

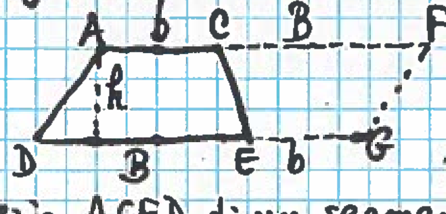
$y+2=-2x$, cioè $y=-2x-2$. Il coefficiente angolare della retta c) è -2.

L'equazione d) si scrive anche $y=\frac{x}{3}-2$. Quindi il coefficiente angolare della retta d) è $\frac{1}{3}$.

Dei quattro coefficienti angolari $-\frac{1}{2}, 2, -2$ e $\frac{1}{3}$, quelli che sono contemporaneamente reciproci e opposti (cioè il cui prodotto è uguale a -1) sono $-\frac{1}{2}$ e 2, cioè quelli delle rette a) e b). La risposta esatta è (B).

80E594 A che cosa è uguale l'area di un trapezio avente base maggiore, base minore ed altezza rispettivamente uguali a B, b ed h?

È uguale a $(B+b)\cdot h/2$. Quindi la risposta esatta è (D).



Nella figura, prolunghiamo la base minore b del trapezio dato ACED di un segmento uguale alla base maggiore B, e prolunghiamo la base maggiore B del trapezio ACED di un segmento lungo quanto la base minore b. Il trapezio CEGF ha la stessa area del trapezio ACED, per simmetria.

La somma delle due aree (cioè il doppio dell'area del trapezio ACED) è uguale all'area del parallelogramma AFGD, la cui base è B+b e la cui altezza è h. Quindi: Area AFGD $=(B+b)\cdot h$, e pertanto

area ACED $=\frac{(B+b)\cdot h}{2}$

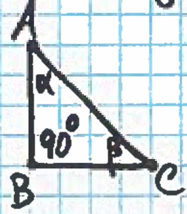
80 E 596 Sono date due sfere di raggi rispettivamente R_1 ed R_2, e superfici S_1 ed S_2. Se $R_1/R_2 = 4$, allora a che cosa è uguale $\frac{S_1}{S_2}$?

Si ha: $S_1 = 4\pi R_1^2$, $S_2 = 4\pi R_2^2$, e pertanto

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{4\pi R_1^2}{4\pi R_2^2} = \frac{R_1^2}{R_2^2} = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 = 4^2 = 16.$$

La risposta esatta è (D).

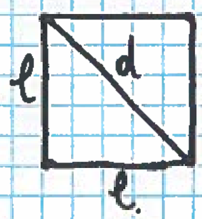
80 E 599 Un triangolo è rettangolo e isoscele. Quanto vale un suo angolo acuto?



Poiché il triangolo ABC è rettangolo e isoscele, allora gli angoli α e β sono uguali. Ma la somma degli angoli interni del triangolo è 180° (vedi anche quesito 77C130). Quindi

$90° + 2\alpha = 180°$ $\quad 2\alpha = 90°$ $\quad \alpha = 45°$. Risposta esatta: (D).

80 E 601 La diagonale e il lato di un quadrato sono due grandezze il cui rapporto è uguale a ...



Per il teorema di Pitagora, si ha $d^2 = 2\ell^2$ (vedi quesito 77C322).

Quindi $\frac{d^2}{\ell^2} = \left(\frac{d}{\ell}\right)^2 = 2$, e pertanto $\frac{d}{\ell} = \sqrt{2}$.

La risposta giusta è (B).

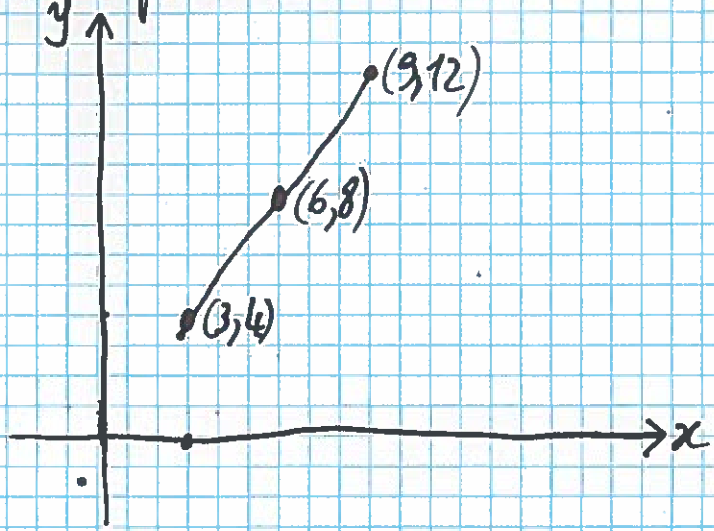
80 E 606 Quali dei seguenti punti NON giace sulla retta r di equazione $y = 2x + 1$?

(A) (0,0)
(B) (0,1)
(C) (−1,−1)
(D) (3,7)
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

Sostituendo x con 0 ed y con 0, otteniamo $0 = 1$, falso. Quindi (0,0) non giace sulla retta r.
La risposta corretta è (A).
Controlliamo gli altri punti. Sostituendo x con 0 ed y con 1, si ottiene $1 = 2\cdot 0 + 1 = 1$, vero. Sostituendo x con −1 ed y con −1, si ha $-1 = 2\cdot(-1) + 1 = -2 + 1 = -1$, vero. Sostituendo x con 3 ed y con 7, si ha: $7 = 2\cdot 3 + 1 = 6 + 1 = 7$, vero. Quindi (0,1), (−1,−1), (3,7) giacciono su r, e le risposte (B), (C), (D) sono errate.

80 E 608 I punti di coordinate (3,4), (6,8) e (9,12) sono ......

Notiamo che $\frac{3}{4}=\frac{6}{8}=\frac{9}{12}$. Pertanto i tre punti sono allineati, cioè sono punti di una stessa retta. La risposta esatta è (A).



80E609 Due rette dello spazio sono sghembe se ...
... non sono complanari. La risposta esatta è (D).

80E614 Quale delle seguenti terne di numeri dà le lunghezze dei lati di un triangolo rettangolo?
(A) 2, 2, 2
(B) 3, 4, 5
(C) 2, 12, 5
(D) 7, 7, 11

Innanzi tutto (A) è falsa, perché (A) ci dà un triangolo equilatero, i cui angoli misurano tutti 60°, e quindi non può essere un triangolo rettangolo.
Invece, $3^2+4^2=9+16=25=5^2$, e quindi la terna 3, 4, 5 fornisce rispettivamente: il cateto minore, il cateto maggiore e l'ipotenusa di un triangolo rettangolo. Quindi (B) è la risposta giusta. Controlliamo ora (C) e (D). Si ha: $2^2+5^2=$ $=4+25=29$, mentre $12^2=144$, quindi (C) è falsa. Inoltre, $7^2+7^2=$ $=49+49=98$, mentre $11^2=121$. Anche (D) è falsa.

80 E 615 L'angolo di 45° è ...
... acuto. La risposta esatta è (B).

80 E 62] L'area di un cerchio vale 300 m^2. Quali delle seguenti misure approssima meglio il raggio di tale cerchio?

(A) 20 m
(B) 100 m
(C) 31,4 m
(D) 10 m
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

Se il raggio fosse 20 m, l'area sarebbe $\pi R^2 \cong 3{,}14 \cdot 400\ m^2 = 1256\ m^2$

Se il raggio fosse 100 m, l'area sarebbe circa $3{,}14 \cdot 10000\ m^2 = 31400\ m^2$

Se il raggio fosse 31,4 m, l'area sarebbe circa $3{,}14 \cdot 31{,}4 \cdot 31{,}4\ m^2 \simeq 3095\ m^2$

Se il raggio fosse 10 m, l'area sarebbe circa $3{,}14 \cdot 100\ m^2 = 314\ m^2$. Il dato 314 m^2 è quello che si avvicina di più a 300 m^2, quindi la risposta esatta è (D).

Si può procedere anche così: Area $A = \pi R^2$

$R^2 = \frac{A}{\pi}$ $R = \sqrt{\frac{300}{\pi}} \simeq \sqrt{\frac{300}{3{,}14}} \simeq 9{,}7745$

Anche senza calcolare questo valore, si può vedere che comunque è leggermente inferiore a 10, e quindi è molto più vicino a 10 piuttosto che a 20, o a 31,4, o a 100.

81 E634 Qual è la probabilità che nel lancio di un dado non truccato esca la faccia 5?

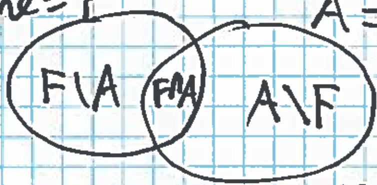
Le facce di un dado sono 6, e pertanto i casi possibili sono 6. I casi favorevoli sono solo uno (quello che corrisponde alla faccia 5). Quindi la probabilità è:

$$\frac{\text{numero di casi favorevoli}}{\text{numero di casi possibili}} = \frac{1}{6}.$$

La risposta esatta è (A).

81 E 635 In una data popolazione, la probabilità di essere fumatore è 0,30. La probabilità di essere asmatico è 0,06 e la probabilità di essere asmatico e fumatore è 0,01. Qual è la probabilità che un individuo preso a caso da questa popolazione sia asmatico o fumatore?

fumatore = F $\qquad$ A = asmatico



Notiamo innanzi tutto che alla parola «e» corrisponde l'operazione matematica $\cap$ (intersezione), mentre alla parola «o» corrisponde l'operazione matematica $\cup$ (unione).

Adesso teniamo conto del fatto che, se B e C sono due qualsiasi eventi incompatibili (vale a dire: insiemi disgiunti) si ha: $P(B \cup C) = P(B) + P(C)$. Questa proprietà vale anche per 3 eventi incompatibili; cioè se E_1, E_2, E_3 sono degli insiemi (eventi) tali che $E_1 \cap E_2 = \emptyset$, $E_1 \cap E_3 = \emptyset$, $E_2 \cap E_3 = \emptyset$, allora si ha $P(E_1 \cup E_2 \cup E_3) = P(E_1) + P(E_2) + P(E_3)$. Notiamo che $F = (F \setminus A) \cup (F \cap A)$, e $(F \setminus A) \cap (F \cap A) = \emptyset$. Allora, prendendo $B = F \setminus A$ e $C = F \cap A$, si ha: $P(F) = P(F \setminus A) + P(F \cap A)$ $\boxed{1}$. Inoltre, si ha $A = (A \setminus F) \cup (F \cap A)$, e $(A \setminus F) \cap (F \cap A) = \emptyset$. Quindi $P(A) = P(A \setminus F) + P(F \cap A)$ $\boxed{2}$. Inoltre, $F \cup A = P(F \setminus A) + P(F \cap A) + P(A \setminus F)$, e gli insiemi $F \setminus A$, $F \cap A$, $A \setminus F$ sono a due a due disgiunti. Allora, prendendo $E_1 = F \setminus A$, $E_2 = F \cap A$, $E_3 = A \setminus F$, e tenendo conto di $\boxed{1}$ e $\boxed{2}$, si ha $P(F \cup A) = P(F \setminus A) + P(F \cap A) + P(A \setminus F) =$ (trucco: aggiungiamo e sottraiamo $P(F \cap A)$) $\overset{1}{=} P(F) + P(A \setminus F) + P(F \cap A) - P(F \cap A) = P(F) + P(A) - P(F \cap A)$. Nel nostro caso, $P(F) = 0{,}30$, $P(A) = 0{,}06$, $P(F \cap A) = 0{,}01$, e pertanto P("asmatico o fumatore") $= P(F \cup A) = 0{,}30 + 0{,}06 - 0{,}01 = 0{,}35$.

La risposta esatta è (B).

81E636 È data un'urna contenente 6 palline bianche, 8 palline rosse, 10 palline blu e 12 palline verdi. Quanto vale la probabilità di estrarre una pallina rossa?

Il numero totale delle palline è: $6+8+10+12=36$.
La probabilità di estrarre una pallina rossa è uguale a:

$$\frac{\text{numero di casi favorevoli}}{\text{numero di tutti i casi possibili}} = \frac{\text{numero di palline rosse}}{\text{numero totale delle palline}} = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$$

. La risposta esatta è (A).

81E637 Quant'è la probabilità che con 5 lanci di una moneta non truccata si verifichi l'evento testa-testa-croce-testa-testa?
In un lancio, ci sono 2 possibilità (testa e croce).
In due lanci, ci sono 4 possibilità (TT, TC, CT, CC)
TT = testa al 1° lancio e testa al 2° lancio, e così via
In tre lanci, ci sono 8 possibilità (TTT, TTC, TCT, CTT, CCC, CCT, CTC, TCC); in 4 lanci, 16 possibilità; in 5 lanci, 32 possibilità (in generale, in n lanci, ci sono 2^n possibilità). Poiché la moneta non è truccata i casi sono ugualmente possibili. Quindi la probabilità che si verifichi il caso TTCTT è uguale a

$$\frac{1}{\text{numero dei casi possibili}} = \frac{1}{32}$$

. La risposta esatta è (A).

81E639 Quante sono le configurazioni possibili in un "byte" (8 cifre binarie)?

In un numero di una cifra (binaria), le configurazioni possibili sono 2 (0 oppure 1). In un numero di 2 cifre, le configurazioni possibili sono 4 (00, 01, 10, 11). In un numero di 3 cifre, le configurazioni possibili sono 8 (000, 010, 001, 100, 110, 101, 011, 111). Quindi, in un numero di n cifre, le possibili configurazioni sono 2^n. Vale lo stesso ragionamento fatto nel quesito precedente a proposito di "testa" e "croce".
Nel nostro caso, $2^8 = 256$. La risposta giusta è (B).

81 E640 Qual è la probabilità che lanciando due dadi non truccati si abbia il risultato di 9?

I casi possibili nel lancio di due dadi sono 36.
Il numero 9 può essere ottenuto nei seguenti modi:
$9=3+6$ $9=4+5$ $9=5+4$ $9=6+3$ (I dadi sono diversi, quindi l'ordine conta). Quindi la probabilità richiesta è uguale a

$$\frac{\text{numero di casi favorevoli}}{\text{numero di casi possibili}} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$ La risposta esatta è (B).

81 E642 In una scatola vi sono 10 palline nere, una rossa e una verde. Qual è la probabilità, pescando due palline, che esse siano la rossa e la verde?

Che le due palline siano la rossa e la verde può essere verificato in due modi: o (E_1) che la prima sia rossa e la seconda sia verde, oppure (E_2) che la prima sia verde e la seconda sia rossa. Nel caso E_1 abbiamo $\frac{1}{12} \cdot \frac{1}{11}$: infatti, alla prima estrazione, la probabilità di estrarre la pallina rossa è $\frac{1}{12}$: rimangono 11 palline, e alla seconda estrazione, la probabilità di estrarre la pallina verde è $\frac{1}{11}$.
Le due estrazioni sono indipendenti (cioè il verificarsi della prima estrazione non ha niente a che

vedere con la seconda, e viceversa), e quindi la probabilità di E_1 $(P(E_1))$ è uguale a $\frac{1}{12} \cdot \frac{1}{11}$.
Analogamente si vede che $P(E_2) = \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{11}$.
Ma l'evento richiesto è $E_1 \cup E_2$; gli eventi E_1 ed E_2 sono incompatibili, cioè non si possono verificare contemporaneamente, e pertanto
$P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) = \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{11} + \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{11} = \frac{2}{12} \cdot \frac{1}{11} =$
$= \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{11} = \frac{1}{66}$. La risposta giusta è (D).

81E643 Una coppia vuole avere due figli dello stesso sesso: qual è il numero minimo di figli che deve avere per essere sicura che almeno due siano dello stesso sesso?
(A) 2
(B) Più di 4
(C) 4
(D) Non si può stabilire
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

La risposta giusta è: 3 (vedi quesito 77C758), quindi nessuna delle risposte (A), (B), (C), (D) è vera.
La risposta giusta è quindi (E).

81 E645 Se le quantità positive H, K, L sono legate dalle relazioni $H<K$, $L \geq K$, quale relazione è sempre vera?

(A) $H<L$
(B) $H \leq L$
(C) $H=L$
(D) $K<L$
(E)

Se $H<K$ e $K \leq L$, allora, per la proprietà transitiva, si ha $H<L$, dove la disuguaglianza è verificata SEMPRE in senso stretto. La risposta esatta è (A). È vero anche che (A) implica (B), ma NON ci sono casi in cui è verificato $H=L$, invece è sempre verificato $H<L$.

81 E646 Una colonia batterica raddoppia ogni giorno la superficie occupata e in 30 giorni occupa tutto lo spazio a disposizione. Quanti giorni (circa) ha impiegato per occuparne il 25%?

Visto che la superficie occupata raddoppia ogni giorno, vuol dire che il 29° giorno la colonia batterica occupava la metà dello spazio a disposizione. Il giorno prima (28° giorno) la colonia occupava $\frac{1}{4}$ dello spazio. Si ha (come visto in altri quesiti):
$25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$, e quindi la risposta esatta è: 28 giorni, cioè (C).

81 E647 Se in un'urna sono contenute 10 palline numerate dall'1 al 10, qual è la probabilità di estrarre la pallina n. 5 estraendo insieme due palline?

La probabilità è uguale al rapporto $\frac{N_F}{N_P}$, ove N_F indica il numero dei casi favorevoli, mentre N_P indica il numero dei casi possibili.

N_p è il numero delle possibili estrazioni di 2 palline <u>numerate</u> su 10. Notiamo che l'ordine conta. Alla prima estrazione possono essere estratte tutte quante le 10 palline; una volta che la prima pallina è stata estratta, restano 9 palline; quindi alla seconda estrazione, ad ogni pallina estratta alla prima estrazione (cioè ad ognuna delle 10 palline iniziali) corrispondono 9 modi possibili in cui può essere fatta la seconda estrazione (corrispondenti a ciascuna delle 9 rimanenti palline). Quindi

1 2	2 1	3 1	4 1	5 1	6 1	7 1	8 1	9 1	10 1
1 3	2 3	3 2	4 2	5 2	6 2	7 2	8 2	9 2	10 2
1 4	2 4	3 4	4 3	5 3	6 3	7 3	8 3	9 3	10 3
1 5	2 5	3 5	4 5	5 4	6 4	7 4	8 4	9 4	10 4
1 6	2 6	3 6	4 6	5 6	6 5	7 5	8 5	9 5	10 5
1 7	2 7	3 7	4 7	5 7	6 7	7 6	8 6	9 6	10 6
1 8	2 8	3 8	4 8	5 8	6 8	7 8	8 7	9 7	10 7
1 9	2 9	3 9	4 9	5 9	6 9	7 9	8 9	9 8	10 8
1 10	2 10	3 10	4 10	5 10	6 10	7 10	8 10	9 10	10 9

In totale, quindi, $N_p = 10 \cdot 9 = 90$.

N_F è il numero delle estrazioni dove compare la pallina 5. Questa pallina può comparire nella prima estrazione in 9 modi (ciascuno associato alle rimanenti 9 palline) oppure - in alternativa - nella seconda estrazione in 9 modi (sempre in corrispondenza a ciascuna delle altre 9 palline). In totale, $N_F = 9 + 9 = 18$, e quindi la probabilità da determinare è $\frac{N_F}{N_p} = \frac{18}{90} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$. La risposta esatta è (B).

81 E 652 Dati tre mazzi di 40 carte ciascuno, qual è la probabilità di estrarre da ognuno di essi, contemporaneamente, l'asso di picche o l'asso di cuori?

Notiamo che da ogni mazzo viene fatta singolarmente una estrazione. Se si considera una singola estrazione, i casi favorevoli sono 2 (quelli che corrispondono all'asso di picche e all'asso di cuori), mentre i casi possibili sono 40 (perché il mazzo è fatto di 40 carte). Quindi, per ogni singolo mazzo, la probabilità che esca l'asso di picche o l'asso di cuori è il rapporto tra il numero dei casi favorevoli e il numero dei casi possibili, cioè $\frac{2}{40} = \frac{1}{20}$. Ma noi vogliamo avere l'asso di picche o l'asso di cuori in tutte e 3 le estrazioni contemporaneamente, e quindi dobbiamo determinare la probabilità dell'intersezione p = Prob ("Asso di picche o asso di cuori alla 1ª estrazione" $\cap$ $\cap$ "Asso di picche o asso di cuori alla 2ª estrazione" $\cap$ $\cap$ "Asso di picche oppure asso di cuori alla 3ª estrazione"), la quale, siccome le tre estrazioni sono indipendenti, è uguale al prodotto Prob ("Asso di picche o asso di cuori alla 1ª estrazione") · Prob ("Asso di picche o asso di cuori alla 2ª estrazione") · Prob ("Asso di picche o asso di cuori alla 3ª estrazione") =

$= \frac{1}{20} \cdot \frac{1}{20} \cdot \frac{1}{20} = \frac{1}{8000}$. La risposta esatta è (C).

81 E 653 Qual è la somma degli scarti della media aritmetica dei numeri 3, 4, 5, 6, 7?

Notiamo innanzi tutto che la media aritmetica è $\frac{3+4+5+6+7}{5} = \frac{25}{5} = 5$. La somma degli scarti è pertanto $(3-5)+(4-5)+(5-5)+(6-5)+(7-5) = -2-1+1+2=0$.

La risposta esatta è (B).

81 654 Qual è la probabilità che lanciando 3 monete non truccate si ottengano tre risultati identici (cioè tutte teste oppure tutte croci)?

In un solo lancio, è $P(T)=P(C)=\frac{1}{2}$. Poiché i tre lanci sono indipendenti, si ha: $P(TTT) = P(T \text{ al } 1^{\circ} \text{ lancio} \cap T \text{ al } 2^{\circ} \text{ lancio} \cap T \text{ al } 3^{\circ} \text{ lancio}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$.

Allo stesso risultato si perviene se si considera che, in 3 lanci, il numero di casi possibili è $2^3=8$ (TTT - TTC - TCT - CTT - CCC - CCT - CTC - TCC) e che, se si considera TTT, il caso favorevole è uno solo. Se invece i casi favorevoli sono due (come nel nostro quesito: TTT e CCC), allora la probabilità è $\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$, in quanto $\frac{2}{8}$ è il rapporto tra il numero dei casi favorevoli e il numero dei casi possibili.

O anche: i due eventi TTT e CCC sono incompatibili, cioè non si possono realizzare contemporaneamente, e quindi $P(TTT \cup CCC) = P(TTT)+P(CCC) = \frac{1}{8}+\frac{1}{8}=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$.

La risposta esatta è $\frac{1}{4}=\frac{2}{8}$, cioè (D).

81E655 La probabilità che lanciando due dadi si ottengano due numeri la cui somma vale 5 è, rispetto a quella di ottenere due numeri la cui somma vale 4, ...

Innanzi tutto, si suppone sempre che i dadi non siano truccati. Il numero di casi possibili è $6^2 = 36$. Il numero 5 può essere ottenuto come $5 = 1+4$, $5 = 2+3$, $5 = 3+2$, $5 = 4+1$. Quindi i casi favorevoli al 5 sono quattro, e la probabilità di avere somma 5 è $\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$.
Il numero 4 può essere ottenuto come $4 = 1+3$, $4 = 2+2$, $4 = 3+1$, quindi i casi favorevoli al 4 sono tre, e la probabilità di avere somma 4 è $\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$.
La risposta esatta è "maggiore", cioè (A).

81E657 Dato un insieme di n numeri, la loro media aritmetica è ....
.... la somma di tutti gli n numeri divisa per n.
La risposta esatta è (C).

81 E658 Qual è la probabilità che, lanciando 4 volte una moneta non truccata, esca sempre testa?
I casi possibili sono 2^4, cioè 16 (TTTT-CTTT-TCTT-TTCT-TTTC-TTCC-TCTC-TCCT-CTTC-CTCT-CCTT-TCCC-CTCC-CCTC-CCCT-CCCC). Il numero dei casi favorevoli è 1 (TTTT). Pertanto la probabilità risulta essere uguale a $\frac{1}{16}$.
La risposta esatta è (A).

81E659 Qual è la media aritmetica dei numeri −16, −6, 0, 10, 16?
La media aritmetica è: $\frac{1}{5}\cdot(-16-6+0+10+16) = \frac{4}{5} = 0.8$
La risposta esatta è (C).

81E660 Quanti ambi (cioè: coppie di 2 numeri) si possono formare con 90 numeri differenti?

L'ordine non conta: per esempio, dire 1,2, in questo contesto, è la stessa cosa che dire 2,1. I numeri sono differenti, e non ci sono ripetizioni. Il numero di ambi è il numero di combinazioni semplici di 90 elementi a 2 a 2, cioè $\binom{90}{2} = \frac{90!}{2!88!} = \frac{90 \cdot 89}{2} = 4005$. Risposta esatta: (C).

81E661 Un viaggiatore vuole recarsi dalla città A alle città B, C e D e fare ritorno ad A dopo essersi recato in ogni città una sola volta. In quanti modi diversi può fare il viaggio?

I modi possibili sono i seguenti:

A-B-C-D-A
A-B-D-C-A
A-C-B-D-A
A-C-D-B-A
A-D-B-C-A
A-D-C-B-A

quindi 6 modi. La risposta esatta è (A).

81E662 Disponendo di 7 lettere dell'alfabeto, tutte diverse, qual è il numero di parole di 4 lettere che si possono formare (anche ripetendo le varie lettere)?

L'ordine, in questo contesto, conta. Si tratta quindi di disposizioni con ripetizioni di 7 oggetti (le lettere dell'alfabeto) a 4 a 4 (come se fossero "4 posti"), quindi 7^4.
La risposta esatta è (C).

81E663 La spesa farmaceutica annua italiana è diminuita da 10'000 a 9'000 miliardi. Qual è la variazione percentuale?
Ricordiamo che, come visto in altri quesiti, $k\% = \frac{k}{100}$. Si ha:
$10'000 - \frac{k}{\cancel{100}} \cdot 100\cancel{00} = 9'000$, cioè $1000 = 100k$ $k = 10$.
La variazione percentuale è -10%, perché c'è una diminuzione.
La risposta esatta è (A).

81E664 In una popolazione di 100 studenti, 70 seguono un corso di inglese e 50 uno di francese. Quanti sono gli studenti che sicuramente seguono entrambi i corsi?

(A) Più di 50
(B) 50
(C) 20
(D) Da 20 a 50
(E) Quesito senza soluzione univoca o corretta

Poiché la totalità degli studenti è 100, e 70 di questi seguono inglese, allora al massimo 30 di questi seguono francese ma non inglese. Pertanto il numero degli studenti che seguono francese ma non inglese può variare da 0 a 30. Questo vuol dire, siccome la totalità degli studenti che seguono francese è 50, che il numero degli studenti che seguono sia francese sia inglese può variare da 50−30 a 50−0, cioè da 20 a 50.
La risposta esatta è (D).

81E665 Una scatola contiene 60 biglietti numerati da 1 a 60. Estraendo un biglietto a caso, qual è la probabilità che il numero risulti maggiore di 57 oppure minore di 4?
Il numero di casi possibili è 60. I casi favorevoli sono: 1, 2, 3, 58, 59, 60, e quindi, in tutto, sono 6. La probabilità è uguale al rapporto tra il numero di casi favorevoli e il numero di casi possibili, e quindi $\frac{6}{60} = \frac{1}{10}$.
La risposta esatta è (C).

81E66 Tirando contemporaneamente 2 dadi, qual è la probabilità di ottenere un determinato numero (fissato) su entrambi i dadi?
I casi possibili sono $6^2 = 6 \cdot 6 = 36$. Il caso favorevole è uno (cioè, che esca quel numero fissato). La probabilità è $\frac{1}{36}$ (il rapporto tra il numero di casi favorevoli e il numero di casi possibili). La risposta esatta è (A).

81E667 La probabilità che nel lancio di 2 dadi si ottenga la somma 5 rispetto a quella che si ottenga la somma 10 è:

(A) il doppio
(B) la metà
(C) maggiore
(D) minore
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

La somma 5 si ottiene nei seguenti modi: $5=1+4$, $5=2+3$, $5=3+2$, $5=4+1$, quindi 4 modi. La somma 10 si ottiene nei modi $10=6+4$, $10=5+5$, $10=4+6$, quindi 3 modi. La probabilità di avere somma 5 è uguale al rapporto tra il numero di casi favorevoli e quello dei casi possibili, quindi $\frac{4}{36}=\frac{1}{9}$. Analogamente si ottiene che la probabilità di avere somma 10 è $\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$. Notiamo che $\frac{1}{9}$ è maggiore di $\frac{1}{12}$, ma non è il doppio. La risposta esatta è (C).

81E670 Una procedura ripetitiva consiste nel dividere un liquido in 3 parti uguali, eliminare la prima, accantonare la seconda, adoperare la terza per il ciclo successivo. Qual è il rapporto fra accantonato ed eliminato dopo 10 ripetizioni?

Al primo passo, il rapporto tra la quantità accantonata (= conservata) e quella eliminata è 1. Resta $\frac{1}{3}$ della quantità originaria; ma di questa quantità residua, a sua volta $\frac{1}{3}$ viene eliminato e $\frac{1}{3}$ conservato, e via dicendo. Pertanto ad ogni passo avrò sempre che il rapporto tra la quantità conservata e quella eliminata è 1. La risposta esatta è (A).

81 E672 Un ricercatore osserva al microscopio che il batterio A è lungo 9 divisioni e che il batterio B supera A del 10 % di se stesso (cioè di B). Quanto è lungo B?

Ricordiamo che, come visto in altri quesiti, $k\% = \frac{k}{100}$.

Si ha: $B = A + \frac{10}{100}B$, e quindi $B - \frac{10}{100}B = A$, cioè

$B\left(1 - \frac{10}{100}\right) = A$, da cui $B \cdot \frac{90}{100} = 9$, e pertanto

$B = 9 \cdot \frac{100}{90} = 10$. La risposta esatta è (B).

81 E673 Una scatola contiene 10 palline nere, 15 palline bianche e 25 palline rosse. Qual è la probabilità di estrarre dalla scatola una pallina nera?

Il numero dei casi possibili è costituito da $10+15+25=50$.
Il numero di casi favorevoli è 10. Quindi la probabilità è

$\frac{10}{50} = \frac{1}{5} = 0.2$ La risposta esatta è (C).

81 E 674 Qual è la probabilità che con 4 lanci di una moneta si verifichi l'evento testa-testa-croce-testa?

Supponiamo, come sempre, che la moneta non sia truccata. Con 4 lanci, il numero dei casi possibili è $2^4 = 16$ (vedi quesito 81 E658). Il numero dei casi favorevoli è 1 (TTCT). Pertanto la probabilità è $\frac{1}{16}$.

Dunque la risposta esatta è (D).

81 E675 In uno stagno c'è una bellissima ninfea, che ogni giorno raddoppia la propria estensione e in 30 giorni copre tutto lo stagno. Quanto tempo impiega per coprirne la metà?

Poiché ~~la~~ l'estensione raddoppia ogni giorno, vuol dire che il 29° giorno la ninfea occupava metà dello stagno. La risposta esatta è: 29 giorni, cioè (D).

81 E 676 Una grandezza X aumenta in un'ora del 20% del valore iniziale, e nell'ora successiva diminuisce del 20% del valore raggiunto nella prima ora. Invece una grandezza Y diminuisce in un'ora del 20% del valore iniziale, e nell'ora successiva aumenta del 20% del valore raggiunto nella prima ora.
Al termine delle due ore ...

(A) X e Y sono entrambe diminuite rispetto ai valori iniziali
(B) X e Y sono entrambe ritornate ai valori iniziali
(C) X e Y sono entrambe aumentate rispetto ai valori iniziali
(D) rispetto ai valori iniziali X è aumentata e Y è diminuita
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

Ricordiamo che, come detto in altri quesiti, $20\% = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$.
La grandezza X, dopo la prima ora, diventa
$X_1 = X + \frac{1}{5}X = \left(1+\frac{1}{5}\right)X = \frac{6}{5}X$.
La grandezza X_1, dopo la seconda ora, diventa
$X_2 = X_1 - \frac{1}{5}X_1 = \left(1-\frac{1}{5}\right)X_1 = \frac{4}{5}X_1 = \frac{4}{5}\cdot\frac{6}{5}X = \frac{24}{25}X < X$.
La grandezza Y, dopo la prima ora, diventa
$Y_1 = Y - \frac{1}{5}Y = \left(1-\frac{1}{5}\right)Y = \frac{4}{5}Y$.
La grandezza Y_1, dopo la seconda ora, diventa
$Y_2 = Y_1 + \frac{1}{5}Y_1 = \left(1+\frac{1}{5}\right)Y_1 = \frac{6}{5}Y_1 = \frac{6}{5}\cdot\frac{4}{5}Y = \frac{24}{25}Y < Y$.
Quindi sia X sia Y sono diminuite, e la risposta esatta è (A).

81 E 677 Quanti sono i modi distinti di realizzare un poker di assi (= 4 assi ed 1 carta diversa) scegliendo in un mazzo di 52 carte? (L'ordine non conta)

L'ordine con cui compaiono i 4 assi non conta; quindi, i modi distinti sono i modi di estrarre una carta scegliendo fra le 48 rimanenti, e quindi 48.
La risposta esatta è (A).

81 E 679 Quanti sono i numeri naturali di 5 cifre tutte diverse, che non contengono né lo 0 né il 3 né il 6?
Se togliamo le cifre 0, 3, 6, restano 7 cifre, con cui comporre numeri di 5 cifre (il che equivale mettere 7 cifre in 5 caselle). L'ordine conta, e non ci sono ripetizioni. Si tratta quindi di disposizioni semplici di 7 oggetti a 5 a 5, quindi $\frac{7!}{(7-5)!} = \frac{7!}{2!} = \frac{1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6\cdot7}{1\cdot2} = 2520$
[Se $n \geq k$, il numero delle disposizioni di n oggetti a k a k è $\frac{n!}{(n-k)!}$] Quindi la risposta esatta è (B).

81 E 680 Qual è la media aritmetica tra $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$ e $\left(\frac{1}{2}\right)^{2}$?
Si ha: $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = \frac{1}{2^{-2}} = 2^2 = 4$; $\left(\frac{1}{2}\right)^{2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$. Quindi la media aritmetica è:
$\frac{1}{2}\left(4 + \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{17}{4} = \frac{17}{8}$. La risposta esatta è (C).

81E681 Gettando due dadi (non truccati) si ottiene un punteggio che varia da 2 a 12. Quale delle seguenti coppie di numeri è formata da due punteggi con la stessa probabilità?

(A) 5; 9
(B) 5; 7
(C) 7; 8
(D) 3; 4
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

Si ha: $3=1+2$ oppure $3=2+1$. Quindi i modi possibili di ottenere 3 sono due. La probabilità di avere 3, che scriveremo $P(3)$, è il rapporto tra il numero di casi favorevoli e il numero di casi possibili (che sono 36), quindi $\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$.
Inoltre si ha: $4=1+3$, $4=2+2$ oppure $4=3+1$, e quindi i modi possibili di avere 4 sono tre. Pertanto $P(4)=\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$.
Si ha: $5=1+4$, $5=2+3$, $5=3+2$, $5=4+1$, quindi 4 modi possibili di avere 5. Quindi $P(5)=\frac{4}{36}=\frac{1}{9}$.
Si ha: $7=1+6$, $7=2+5$, $7=3+4$, $7=4+3$, $7=5+2$, $7=6+1$, quindi 6 modi possibili di avere 7. Pertanto $P(7)=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$.
Si ha: $8=2+6$, $8=3+5$, $8=4+4$, $8=5+3$, $8=6+2$, quindi ci sono 5 modi possibili di avere 8. Pertanto $P(8)=\frac{5}{36}$.
Si ha: $9=3+6$, $9=4+5$, $9=5+4$, $9=6+3$, quindi 4 modi possibili di avere 9. Quindi $P(9)=\frac{4}{36}=\frac{1}{9}=P(5)$.
I valori $P(3)$, $P(4)$, $P(7)$ e $P(8)$ sono diversi tra di loro e sono anche diversi da $P(5)$ (o $P(9)$, che è lo stesso). Pertanto la coppia-soluzione del quesito è 5; 9, e la risposta esatta è (A).

81 E683 Qual è la media aritmetica dei numeri $-5, -2, 0, 4, 5$?

La media è: $\frac{\cancel{-5}-2\cancel{+0}+4\cancel{+5}}{5} = \frac{2}{5} = \frac{4}{10} = 0{,}4$.

La risposta esatta è (D).

81 E 684 Uno studente universitario ha superato 4 esami, ed ha la media di 23. Qual è il voto minimo che lo studente dovrà prendere all'esame successivo affinché la media diventi almeno 25?

Indichiamo con x_1, x_2, x_3, x_4 il voto dell'esame 1, 2, 3, 4. Si ha $x_1+x_2+x_3+x_4 = 23\cdot 4 = 92$. Indichiamo con x_5 il voto del quinto esame. Affinché la media diventi almeno 25, si deve avere $25 \le \frac{1}{5}(x_1+x_2+x_3+x_4+x_5) = \frac{1}{5}\cdot(92+x_5)$, cioè $125 \le 92+x_5$, quindi $x_5 \ge 125-92 = 33$, il che è impossibile.

La risposta esatta è (B).

81 685 Nel gioco della roulette i numeri vanno da 0 a 36. Qual è la probabilità che il 17 esca 2 volte di seguito?

La probabilità che esca il numero 17 nel primo dei due lanci della pallina della roulette è $\frac{1}{37}$, perché i casi possibili sono 37 (e il caso favorevole è uno solo, che è quello che corrisponde al 17)

Considerando due lanci, i casi possibili sono $37\cdot 37$, e il caso favorevole è uno solo, che è quello che corrisponde alla coppia $(17, 17)$. Quindi la probabilità che il numero 17 esca due volte di seguito è $\frac{1}{37\cdot 37}$.

La risposta esatta è (A).

81E686. L'1-1-1995 era domenica; che giorno della settimana è stato l'1-1-2001?

In un anno non bisestile ci sono 365 giorni, mentre in un anno bisestile ci sono 366 giorni. Notiamo inoltre che 364 è divisibile per 7: infatti $364 = 7 \cdot 52$.

Quindi il 365° giorno dell'anno avrà lo stesso giorno della settimana del 1° gennaio. Il 365° giorno dell'anno è il 31 dicembre per gli anni non bisestili, e il 30 dicembre per gli anni bisestili. Dato che il 1995 non è stato bisestile, il 31 dicembre 1995 era domenica, e quindi il 1° gennaio 1996 era lunedì. Proseguendo analogamente, ricostruiamo che il 30 dicembre 1996 era lunedì, quindi il 1° gennaio 1997 era mercoledì (notiamo che il 1996 è stato bisestile, perché multiplo di 4).

Otteniamo la seguente tabella

ANNO	BISESTILE	1° gennaio	conclusione
1997	NO	mercoledì	31 dicembre mercoledì
1998	NO	giovedì	31 dicembre giovedì
1999	NO	venerdì	31 dicembre venerdì
2000	SI	sabato	30 dicembre sabato

Pertanto il 1° Gennaio 2001 era lunedì.

La risposta esatta è (B).

81E689 La probabilità che, lanciando 2 dadi non truccati, si ottengano due numeri la cui somma vale 11 è, rispetto alla probabilità di avere due numeri la cui somma vale 10, ...

(A) non paragonabile, perché si tratta di eventi diversi

(B) minore

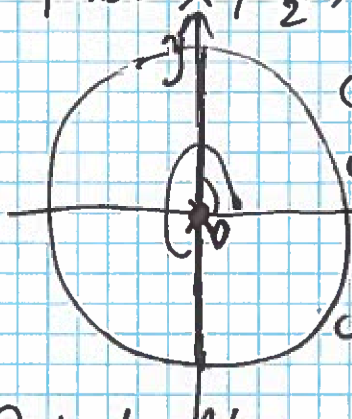
(C) maggiore

(D) uguale

(E) questo senza soluzione univoca o corretta

Si ha: $10=4+6$, $10=5+5$, $10=6+4$; $11=6+5$, $11=5+6$. Quindi il 10 può essere ottenuto in 3 modi, e l'11 in 2 modi (l'ordine conta). La probabilità è il rapporto tra il numero dei casi favorevoli e quello dei casi possibili (che sono 36). Quindi la probabilità di avere 11 è $2/36 = 1/18$, mentre la probabilità di avere 10 è $3/36 = 1/12$. Si ha: $2/36 < 3/36$, e quindi la risposta esatta è (B).

82 E 690 Per quali valori di x è vera l'uguaglianza
$$1+tg^2x=\frac{1}{\cos^2x} \;?$$
Notiamo che, dove ha senso, si ha $tg\,x=\frac{\sin x}{\cos x}$, e quindi $tg^2x=\frac{\sin^2x}{\cos^2x}$. Quindi, innanzi tutto, $\cos x$ dev'essere diverso da 0, e quindi $x\neq\frac{\pi}{2}$, $x\neq\frac{3\pi}{2}$, ..., $x\neq\frac{\pi}{2}+K\pi$, con $k\in\mathbb{Z}$.



$\cos 90^0=\cos\frac{\pi}{2}=0$

$\cos 270^0=\cos\frac{3\pi}{2}=0$

....

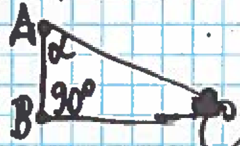
$\cos\frac{5\pi}{2}=\cos\frac{\pi}{2}=0$

$\cos\frac{7\pi}{2}=\cos\frac{3\pi}{2}=0$

Siccome, $\forall x\in\mathbb{R}$, si ha $\sin^2x+\cos^2x=1$, allora, dove ha senso, si ha
$$\frac{\sin^2x}{\cos^2x}+\frac{\cos^2x}{\cos^2x}=\frac{1}{\cos^2x},$$
cioè $1+tg^2x=\frac{1}{\cos^2x}$.

Pertanto l'uguaglianza data è vera per tutti i numeri reali x diversi da $\frac{\pi}{2}+K\pi$, con $k\in\mathbb{Z}$, ove $\mathbb{Z}=\{0,1,-1,2,-2,3,-3,...\}$ è l'insieme di tutti gli interi relativi. La risposta esatta è (B).

82 E 691 Nel triangolo ABC, rettangolo nel vertice B, chiamato α l'angolo di vertice A, a che cosa è uguale $\cos\alpha$?

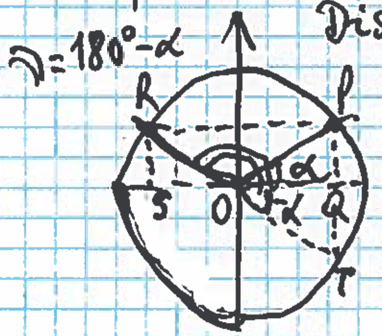


In un triangolo rettangolo, la lunghezza di un cateto è uguale alla lunghezza dell'ipotenusa per il coseno dell'angolo adiacente. Nella figura, si ha $AB=AC\cos\alpha$, e quindi $\cos\alpha=\frac{AB}{AC}$.
La risposta esatta è (A)

82 E 692 Risolvere l'equazione $\sin^2x-4\sin x+4=0$.
Poniamo $t=\sin x$. Si ha: $t^2-4t+4=0$, cioè $(t-2)^2=0$, quindi $t=2$. Alla stessa conclusione si perviene risolvendo l'equazione $t^2-4t+4=0$. Si ha $t=\frac{4\pm\sqrt{16-16}}{2}=2$. Quindi si ottiene $\sin x=2$. Pertanto l'equazione data non ha soluzioni reali, in quanto la funzione seno assume sempre valori compresi fra -1 e 1. La risposta esatta è (D).

82 E693 A che cosa è uguale, dove ha senso, $tg\,\alpha \cdot cotg\,\alpha$?
Si ha, dove ha senso: $tg\,\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$, $cotg\,\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$, e quindi $tg\,\alpha \cdot cotg\,\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \cdot \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = 1$. Risposta esatta: (B).

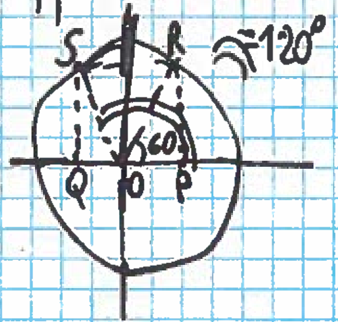
82 E695: È FALSO che
(A) $\sin(180° - \alpha) = -\sin\alpha$
(B) $\sin(-\alpha) = -\sin\alpha$
(C) $tg(-\alpha) = -tg\,\alpha$
(D) $\cos(180° - \alpha) = -\cos\alpha$
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta



Disegniamo la circonferenza goniometrica (cioè la circonferenza di centro l'origine e raggio 1). Dalla figura, per simmetria si ha:
$\sin(180° - \alpha) = RS = PQ = \sin\alpha$ e non $-\sin\alpha$;
$\cos(180° - \alpha) = OS = -OQ = -\cos\alpha$;
$\sin(-\alpha) = QT = -QP = -\sin\alpha$;
$\cos(-\alpha) = OQ = \cos\alpha$; $tg(-\alpha) = \frac{\sin(-\alpha)}{\cos(-\alpha)} = -\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = -tg\,\alpha$.

Pertanto (A) è falsa, mentre (B), (C) e (D) sono vere. La risposta esatta è (A).

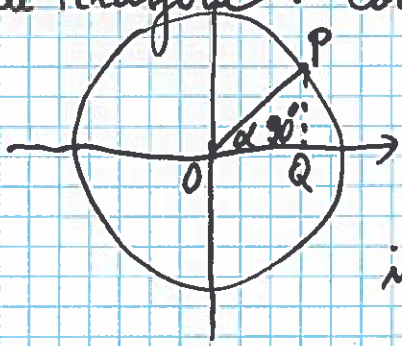
82 E696 A quanto è uguale $\sin 30° + \cos 120°$?
Sappiamo che $\cos 60° = \sin 30° = \frac{1}{2}$ (vedi quesito n. 77 C 358)



Per simmetria, si ha: $\cos 120° = OQ = -OP = -\cos 60° = -\frac{1}{2}$, e pertanto
$\sin 30° + \cos 120° = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$.
La risposta esatta è (D).

82 E 697. $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = \ldots$

$\ldots = 1$ (risposta (C)). È una conseguenza del teorema di Pitagora. Con riferimento alla figura, si ha:



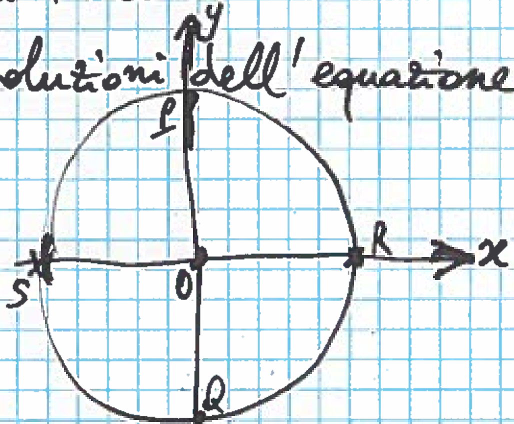
$\sin\alpha = \dfrac{\overline{PQ}}{\overline{OP}}$ $\cos\alpha = \dfrac{\overline{OQ}}{\overline{OP}}$

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = \dfrac{\overline{PQ}^2}{\overline{OP}^2} + \dfrac{\overline{OQ}^2}{\overline{OP}^2} = \dfrac{\overline{OP}^2}{\overline{OP}^2} = 1$,

in quanto, per il teorema di Pitagora, si ha $\overline{OP}^2 = \overline{PQ}^2 + \overline{OQ}^2$.

82 E 698 Una delle soluzioni dell'equazione $\sin x = -1$ è:

(A) $x = 0°$
(B) $x = -90°$
(C) $x = 180°$
(D) $x = 90°$.
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta



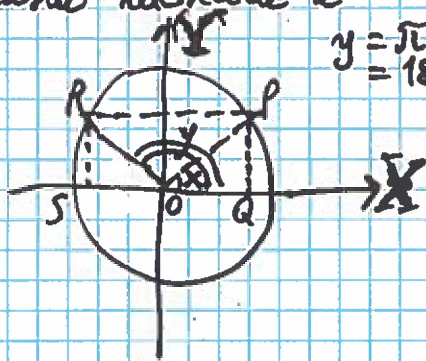
Disegniamo la circonferenza goniometrica (di centro l'origine e raggio 1). Si ha: $\sin 0° = RR = SS = 0$ $\sin 90° = OP = 1$ $\sin(-90°) = OQ = -1 = \sin 90° = -1$.

La risposta esatta è (B).

82 E 700 Se $x + y = \pi$ radianti, la giusta identità è

(A) $\sin x + \sin y = 1$
(B) $\cos x + \cos y = -1$
(C) $\cos x + \cos y = 0$
(D) $\sin x + \sin y = 0$
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

$) = x$
$)) = y$



$y = \pi - x =$
$= 180° - x$

Disegniamo la circonferenza goniometrica (cioè la circonferenza di centro l'origine e raggio 1). Dalla figura si ha:

$\sin x = \sin y$ (infatti $\sin x = PQ$, $\sin y = RS$), mentre $\cos x = OQ =$
$= -OS = -\cos y$. Quindi la risposta giusta è $\cos x + \cos y = 0$, cioè (C).

82 E 702 Se $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$ e $tg\,\alpha=1$, che possiamo dire di $\sin\alpha$ e $\cos\alpha$?

Nel quesito 82 E697, abbiamo visto l'identità fondamentale della trigonometria, $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$, che è conseguenza del teorema di Pitagora. Dividendo per $\cos^2\alpha$, si ottiene:
$\frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}+\frac{\cos^2\alpha}{\cos^2\alpha}=\frac{1}{\cos^2\alpha}$, cioè $tg^2\alpha+1=\frac{1}{\cos^2\alpha}$. Se $tg\,\alpha=1$, si ottiene: $2=\frac{1}{\cos^2\alpha}$, cioè $\cos^2\alpha=\frac{1}{2}$. Ancora dall'identità fondamentale, otteniamo $\sin^2\alpha=1-\cos^2\alpha=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$.

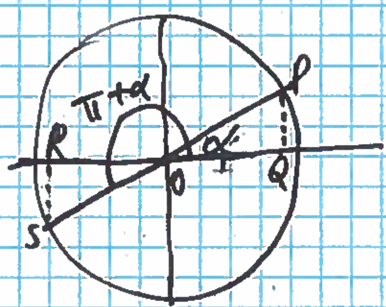
Adesso, poiché $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$, α è un angolo del 1° Quadrante, ed è tale che $\cos^2\alpha=\sin^2\alpha=\frac{1}{2}$. Nel primo quadrante, sia il seno sia il coseno sono positivi, e si ha:

$\sin\alpha=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{1}{2^{1/2}}=(2^{1/2})^{-1}$; $\cos\alpha=\sin\alpha$, $\alpha=\frac{\pi}{4}=45°$.

La risposta esatta è (C)

82 E 705 La funzione $y=\frac{\cos x}{\sin x}$ ha periodo

(A) $\pi/4$
(B) $\pi/3$
(C) $\pi/2$
(D) π
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta



Si ha: $\sin(\pi+\alpha)=\overline{RS}=-\overline{PQ}=-\sin\alpha$

$\cos(\pi+\alpha)=\overline{OR}=-\overline{OQ}=-\cos\alpha$

Quindi $\frac{\cos(\pi+\alpha)}{\sin(\pi+\alpha)}=\frac{-\cos\alpha}{-\sin\alpha}=\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$ (*) $y(\pi+\alpha)=y(\alpha)$

Inoltre notiamo che, nel 1° Quadrante, il seno e il coseno sono entrambi positivi, quindi $y>0$, mentre, nel 2° Quadrante, il seno è positivo e il coseno è negativo, quindi $y<0$. Dalla figura si può vedere che esistono certamente dei punti $\bar{\alpha}$ tali che $\bar{\alpha}$ si trova nel 1° Quadrante, mentre $45°+\bar{\alpha}=\frac{\pi}{4}+\bar{\alpha}$, $60°+\bar{\alpha}=\frac{\pi}{3}+\bar{\alpha}$, $90°+\bar{\alpha}=\frac{\pi}{2}+\bar{\alpha}$ si trovano nel 2° Quadrante, quindi $y(\frac{\pi}{4}+\bar{\alpha})\neq y(\bar{\alpha})$ (il primo numero è negativo e il secondo è positivo), $y(\frac{\pi}{3}+\bar{\alpha})\neq y(\bar{\alpha})$, $y(\frac{\pi}{2}+\bar{\alpha})\neq y(\bar{\alpha})$ (stessa cosa). Da ciò e da (*) segue che la funzione y ha periodo π, e la risposta esatta è (D).

82 E 707 Qual è il valore della funzione $tg\left(\frac{\pi}{4}\right)$?

Notiamo che a $\frac{\pi}{4}$ radianti corrispondono $\frac{\pi}{4} \cdot \frac{180}{\pi} = 45$ gradi sessagesimali (v. anche quesito 76 C 28). Nel quesito 76 C 78 abbiamo visto che $\sin 45° = \cos 45°$. Quindi $tg\left(\frac{\pi}{4}\right) = tg\, 45° = \frac{\sin 45°}{\cos 45°} = 1$. La risposta esatta è (A)

82 E 709 $\cot g\,(\pi+\alpha) = \ldots\ldots$

Si ha: $\cot g\,(\pi+\alpha) = \frac{\cos(\pi+\alpha)}{\sin(\pi+\alpha)}$, dove ha senso. Nel quesito 82 E 705 abbiamo dimostrato che $\frac{\cos(\pi+\alpha)}{\sin(\pi+\alpha)} = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \cot g\,\alpha$.

Pertanto $\cot g\,(\pi+\alpha) = \cot g\,\alpha$, e la risposta esatta è (A).

82 E 712 Qual è l'insieme dei valori assunti, per x reale, dalla funzione $f(x) = \sin^2 x$?

Notiamo che, se y è un qualsiasi numero reale compreso fra 0 ed 1, estremi inclusi, allora anche $t = \sqrt{y}$ lo è.

La funzione seno assume tutti i valori compresi fra -1 e 1 e quindi in particolare tutti i valori compresi fra 0 e 1 (estremi inclusi). In particolare anche il valore t viene assunto dalla funzione seno. Quindi: dato un qualsiasi numero reale $y \in [0,1]$ (compresi 0 e 1), posto $t = \sqrt{y}$, allora esiste un numero reale $\bar{x}$ tale che $\sin \bar{x} = t = \sqrt{y}$, e quindi $\sin^2 x = t^2 = y$.

Inoltre, per ogni $x \in \mathbb{R}$, si ha $-1 \leq \sin x \leq 1$, e quindi $0 \leq \sin^2 x \leq 1$, cioè la funzione f non assume valori esterni all'intervallo $[0,1]$. Quindi l'insieme dei valori assunti da f è $[0,1]$ estremi inclusi, e la risposta esatta è (B).

82 E 713 Qual è l'insieme dei valori assunti, per x reale, dalla funzione $f(x) = \cos^2 x$?

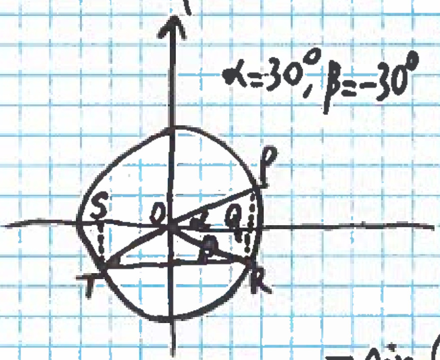
Si fa lo stesso procedimento del quesito precedente, sostituendo "seno" con "coseno" in tutto e per tutto. Quindi l'insieme dei valori assunti da f è l'intervallo $[0,1]$ estremi inclusi, e la risposta esatta è (C).

82 E 714 La tangente di un angolo è ....
.... il rapporto tra il seno e il coseno dell'angolo, per definizione. La risposta esatta è (A).

82 E 715 Risolvere l'equazione $\cos x = 2$
Si ha, per ogni numero reale x : $-1 \le \cos x \le 1$. Quindi $\cos x$ non assume mai il valore 2. La risposta esatta è (A) (cioè, l'equazione data non ha soluzioni reali)

82 E 718 L'equazione $2 \sin x + 1 = 0$ ha:
(A) una soluzione
(B) due soluzioni
(C) infinite soluzioni
(D) nessuna soluzione
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

Da $2\sin x + 1 = 0$ si ricava $2 \sin x = -1$ $\quad \sin x = -\frac{1}{2}$
Nel quesito 77C358 abbiamo visto che $\sin 30° = \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$.



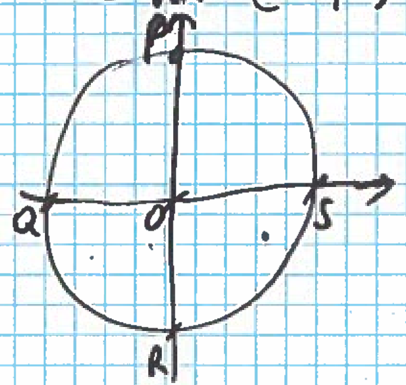
$\sin 30° = \frac{\overline{PQ}}{\overline{OP}}$, e per simmetria si ha
$\sin(-30°) = \frac{\overline{QR}}{\overline{OR}} = -\frac{\overline{PQ}}{\overline{OP}} = -\sin 30° = -\frac{1}{2}$
Quindi $\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) = \sin(-30°) = -\frac{1}{2}$.
Sempre per simmetria, si ha $\sin(210°) =$
$= \sin(180° + 30°) = \sin\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) = \sin\left(\frac{7}{6}\pi\right) = \frac{\overline{ST}}{\overline{OT}} = -\frac{\overline{PQ}}{\overline{OP}} = -\frac{1}{2}$.
Quindi $-\frac{\pi}{6}$ e $\frac{7}{6}\pi$ sono soluzioni dell'equazione data. Se si aggiungono o tolgono angoli giri, cioè se si aggiunge $2k\pi$, con $k \in \mathbb{Z} = \{0, 1, -1, 2, -2, \ldots\}$, si trovano ancora soluzioni dell'equazione data, in quanto, nella circonferenza in figura, si ritrova ancora il rapporto $\frac{\overline{QR}}{\overline{OR}}$ oppure $\frac{\overline{ST}}{\overline{OT}}$. Pertanto le soluzioni sono: $x = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi$, con $k \in \mathbb{Z}$; $x = \frac{7}{6}\pi + 2k\pi$, con $k \in \mathbb{Z}$, quindi ci sono infinite soluzioni. La risposta esatta è (C).

82 E719 Il valore dell'espressione $\sin^2 a - \cos^2 a$ è:
(A) sempre nullo
(B) sempre uguale a 1
(C) dipende dal valore di a
(D) $\sin 2a$
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta.

Si ha: $\sin^2 a - \cos^2 a = 0$ se e solo se $\sin^2 a = \cos^2 a$, ma questo non è sempre vero, quindi la risposta (A) è errata. Inoltre, $\sin^2 a - \cos^2 a = 1$ se e solo se (per l'identità fondamentale) $\sin^2 a - \cos^2 a = \sin^2 a + \cos^2 a$, cioè $2\cos^2 a = 0$, ossia $\cos a = 0$. Ma questo non è vero per tutti gli a, quindi anche (B) è errata. Inoltre non è sempre vero che $\sin 2a = \sin^2 a - \cos^2 a$: infatti, se $a = 45°$, si ha $\sin 2a = \sin 90° = 1$, mentre $\sin^2 a - \cos^2 a =$
$= (\sin 45)^2 - (\cos 45)^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 - \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$.
Quindi, dipende dal valore di a.

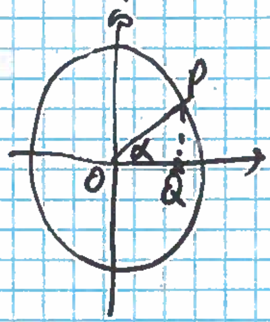
82 E720 A che cosa è uguale $\sin x \cdot \cos x$, per qualsiasi x?
Ricordiamo la formula $\sin(2x) = 2\sin x \cdot \cos x$, che vale per qualsiasi x. Quindi $\sin x \cdot \cos x = \frac{\sin(2x)}{2} = 0,5 \cdot \sin(2x)$.
La risposta esatta è (A).

82 E722 Quanto vale l'espressione $\ell = \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) + 2\sin\pi - 3\sin(3\pi/2) - 2\sin 0$?



$\sin\frac{\pi}{2} = \frac{\overline{OP}}{\overline{OP}} = 1$, $\sin\pi = \frac{\overline{QQ}}{\overline{OP}} = 0$, $\sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) = \frac{\overline{OR}}{\overline{OP}} = -1$, $\sin 0 = \frac{\overline{SS}}{\overline{OP}} = 0$. Quindi
$\ell = 1 + 2\cdot 0 - 3\cdot(-1) - 2\cdot 0 = 1 + 3 = 4$.
La risposta esatta è (A).

82E724. Per qualunque α, a che cosa è uguale $\cos(360^\circ+\alpha)$?



Quando si considera l'angolo di $360^\circ+\alpha$, cioè si aggiunge un angolo giro, eravamo partiti dal punto P (con la corrispondente proiezione Q, vedi figura) e ritorniamo al punto P. Pertanto $\cos(360^\circ+\alpha)=\frac{\overline{OQ}}{\overline{OP}}=\cos\alpha$.

La risposta esatta è (D).

82E726 Quale delle seguenti relazioni rappresenta un'identità trigonometrica?

(A) $\sin x=\cos x\cdot \operatorname{tg} x$, $x\neq\frac{\pi}{2}+k\pi$ con K numero intero

(B) $\sin x=\cos x\cdot \operatorname{cotg} x$, $x\neq k\pi$ con K numero intero

(C) $\sin 2x=1+\cos 2x$

(D) $\sin x=1-\cos x$

(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

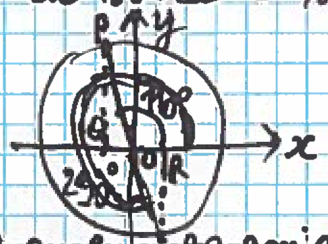
Notiamo che, dove ha senso, $\operatorname{tg} x=\frac{\sin x}{\cos x}$, cioè $\sin x= =\cos x\cdot\operatorname{tg} x$. Questa scrittura ha senso nei punti x in cui $\cos x\neq 0$, cioè $x\neq\frac{\pi}{2}+k\pi$, con $k\in\mathbb{Z}$ (vedi anche Quesito 82E690). Quindi la risposta esatta è (A).

Notiamo che $\operatorname{cotg} x=\frac{\cos x}{\sin x}$ e non $\frac{\sin x}{\cos x}$ (dove ha senso), quindi la risposta (B) è errata.

Inoltre, se $x=30^\circ$, allora $\cos(2x)=\cos 60^\circ=\frac{1}{2}>0$, e quindi, se (C) fosse vera, avremmo $\sin 60^\circ=1+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$, il che è assurdo.

Inoltre, se (D) fosse vera, avremmo $\sin 45^\circ=1-\cos 45^\circ$, cioè $\frac{\sqrt{2}}{2}=1-\frac{\sqrt{2}}{2}$, ossia $\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}=1$, quindi $\frac{\cancel{2}\sqrt{2}}{\cancel{2}}=1$, assurdo.

82 E 732. Il coseno dell'angolo di 110° è:
(A) negativo
(B) maggiore di $\frac{1}{2}$
(C) maggiore del seno dell'angolo di 110°
(D) uguale al coseno dell'angolo di 290°
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta



Disegniamo la circonferenza goniometrica di centro l'origine e raggio 1. Con riferimento alla figura, notiamo innanzi tutto che il coseno dell'angolo di 110° è negativo, in quanto è uguale alla lunghezza del segmento orientato OQ. Quindi la risposta esatta è (A). Tra l'altro, non può essere (B), perché è negativo, e neanche (C), perché il seno dell'angolo di 110° è positivo (= lunghezza di $\overline{PQ}$ con il segno +). Il coseno di 290° è uguale alla lunghezza del segmento orientato $\overline{OR}$ e quindi è positivo, e quindi anche la risposta (D) è falsa.

82 E 733 Il seno di un angolo è sempre ...
(A) misurato in radianti
(B) misurato in archi di circonferenza
(C) misurato in metri
(D) un numero reale
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

... un numero reale, naturalmente. La risposta esatta è (D).

82 E 738 Qual è il periodo della funzione cotg x ?
Si ha, dove ha senso, $\operatorname{cotg} x = \frac{\cos x}{\sin x}$. Al quesito 82 E 705 abbiamo visto che il periodo di questa funzione è π.
La risposta esatta è (C).

82E740 Per quale dei seguenti angoli il coseno <u>non</u> è nullo?

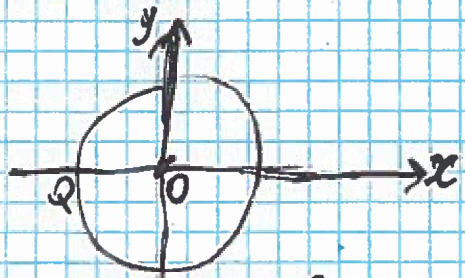
(A) $180°$

(B) $90°$

(C) $\frac{3}{2}\cdot 180°$

(D) $\frac{3}{2}\cdot 180°+360°$

(E) quesito senza soluzione univoca o corretta



Disegniamo la circonferenza goniometrica di centro l'origine e raggio 1. Si ha: $\cos 180° =$ lunghezza del segmento orientato $OQ = -1$. Quindi la risposta esatta è (A). Inoltre: $\cos 90° = \cos 270° = \overline{OO} = 0$; $\cos \frac{3}{2}\cdot 180° = \cos 270° = 0 = \cos\left(\frac{3}{2}\cdot 180°+360°\right) = \cos(270°+360°)$; infatti, nella circonferenza goniometrica, se si aggiunge $360°$, "si ritorna allo stesso punto di partenza".

82 E742 Per qualunque α, è $\cos(360°+\alpha) = \cos\alpha$ (è il quesito 82E724). La risposta esatta è (D).

82 E744 Una delle soluzioni dell'equazione $\sin x = 1$ è:

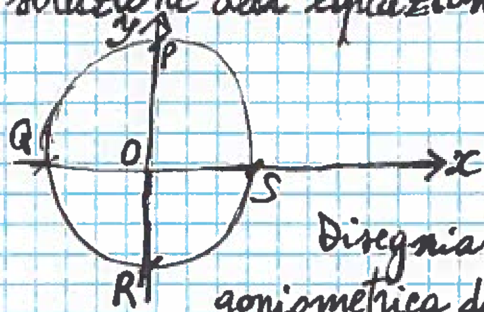
(A) $x = 180°$

(B) $x = 0°$

(C) $x = 90°$

(D) $x = -90°$

(E) quesito senza soluzione univoca o corretta



Disegniamo la circonferenza goniometrica di centro l'origine e raggio 1. Si ha: $\sin 180° = \overline{QQ} = 0$, $\sin 0° = \overline{SS} = 0$, $\sin 90° = \overline{OP} = 1$, $\sin(-90°) = \overline{OR} = -1$. Quindi la risposta esatta è (C).

82E749. Il coseno di un angolo è sempre....

(A) misurato in radianti
(B) misurato in metri
(C) un numero reale
(D) misurato in archi di circonferenza
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

... un numero reale, naturalmente. La risposta esatta è (C).

83 A 2 Quanto vale $\ell = (2x - y)^2$?

Si ha: $\ell = 4x^2 - 4xy + y^2$. La risposta esatta è (A).

83 A 10 Quanto vale $\ell = (2a^3)^2 + (2b^2)^3$?

Si ha: $\ell = 2^2 \cdot (a^3)^2 + 2^3 \cdot (b^2)^3 = 4a^{3 \cdot 2} + 8b^{2 \cdot 3} = 4a^6 + 8b^6$.
La risposta esatta è (D).

83A16 A che cosa risulta uguale $\ell = \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4}\right) : \left(\frac{1}{2}\right)$?

Si ha: $\ell = \frac{1}{2} : \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \cdot 2 = 1$. La risposta giusta è (A).

83 A 18 Nel campo dei numeri reali, come si decompone $a^2 + b^2$?

Non si può ulteriormente scomporre. La risposta esatta è (C).

83 A 19 Dire quale delle seguenti uguaglianze è falsa:

(A) $(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2$
(B) $(a+b) \cdot (a+b) = (a+b)^2$
(C) $(a+b) \cdot (a-b) = a^2 + b^2$
(D) $(a+b) \cdot (a+b) = a^2 + 2ab + b^2$
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

(A), (B) e (D) sono vere, mentre (C) è falsa, essendo vera (A).
La risposta esatta, allora, è (C).

83 A22. Determinare il massimo comun divisore tra 6, 3, 9.

Notiamo che sia 6 sia 9 sono divisibili per 3 ($6=3\cdot 2$, $9=3\cdot 3$), e quindi il massimo comun divisore è 3.

La risposta esatta è (B)

83 A24 $(x-1)^3$ vale.....

$$(x-1)^3 = x^3-3x^2+3x-1. \text{ Infatti}$$

$$(x-1)^2 = (x-1)(x-1) = x^2-x-x+1 = x^2-2x+1$$

$$(x-1)^3 = (x-1)\cdot(x-1)^2 = (x-1)\cdot(x^2-2x+1) =$$

$= x^3-x^2-2x^2+2x+x-1 = x^3-3x^2+3x-1$. Risposta esatta: (A)

83 A32 Quanto vale $\ell=(1-\sqrt{3})/(1+\sqrt{3})$?

Applichiamo l'identità $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ nel caso $a=1$, $b=\sqrt{3}$, ottenendo $(1+\sqrt{3})(1-\sqrt{3}) = 1-3=-2$. Si ha:

$$\ell=\frac{1-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}} = \frac{(1-\sqrt{3})\cdot(1-\sqrt{3})}{(1+\sqrt{3})\cdot(1-\sqrt{3})} = \frac{1+3-2\sqrt{3}}{-2} = \frac{4}{-2}+\frac{-2\sqrt{3}}{-2} =$$

$= -2+\sqrt{3}$. Le risposte proposte sono

(A) $-2+2\sqrt{3}$

(B) $3+\sqrt{2}$

(C) $\sqrt{2}-3$

(D) $2+\sqrt{3}$

(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

Quindi la risposta giusta è (E).

83 A33 Il minimo comune multiplo tra 20, 10, 15, 4 è

(A) 20

(B) 64

(C) 80

(D) 120

(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

Facciamo la decomposizione in fattori primi. Si ha: $20=2^2\cdot 5$ $\quad 64=2^6$ $\quad 80=2^4\cdot 5$ $\quad 120=2^3\cdot 3\cdot 5$ (infatti $120=40\cdot 3=8\cdot 5\cdot 3=2^3\cdot 3\cdot 5$). Di questi fattori bisogna prendere l'esponente più grande e fare il prodotto. Il minimo comune multiplo è: $2^6\cdot 3\cdot 5=64\cdot 5\cdot 3=320\cdot 3=960$. La risposta giusta è (E).

83 A 36 Quanto vale l'espressione $\ell = 4 \cdot 10^0 + 5 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10^3$?
Si ha, andando da destra verso sinistra:
$\ell = 7000 + 300 + 50 + 4 = 7354$. La risposta esatta è (A).

83 A 38 Quanto vale l'espressione $\ell = \sqrt[3]{64/27}$?
Per le proprietà fondamentali delle potenze, si ha:
$$\ell = \left(\frac{64}{27}\right)^{\frac{1}{3}} = \frac{64^{\frac{1}{3}}}{27^{\frac{1}{3}}} = \frac{(2^6)^{\frac{1}{3}}}{(3^3)^{\frac{1}{3}}} = \frac{2^{\frac{6}{3}}}{3^{\frac{3}{3}}} = \frac{2^2}{3^1} = \frac{4}{3}.$$
La risposta esatta è (C).

83 A 41 Quanto vale l'espressione $(6-7)-(3-4)+(-5+12)$?
Vale: $-1-(-1)+7 = \cancel{-1}\cancel{+1}+7 = 7$. La risposta esatta è (D).

83 A 49 Calcolare l'espressione $\ell = (a+b)^2 - (a-b)^2$.
Si ha: $\ell = a^2+b^2+2ab-(a^2+b^2-2ab) = \cancel{a^2}\cancel{+b^2}+2ab\cancel{-a^2}-$
$\cancel{-b^2}+2ab = 4ab$. La risposta esatta è (A).

83 A 51 Quanto valgono il massimo comun divisore e il minimo comune multiplo tra i numeri: 6, 20, 30, 60?
Facendo la decomposizione in fattori primi, si ha:
$6 = 2 \cdot 3 \quad 20 = 2^2 \cdot 5 \quad 30 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \quad 60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$
Il fattore che compare in tutti e 4 i numeri è 2, e la potenza più piccola $= 2^1 = 2$. Pertanto il massimo comun divisore è 2.
I fattori che compaiono sono 2, 3 e 5: mettendo ciascuno di essi alla potenza più grande (di quelle che compaiono) ed eseguendo la moltiplicazione, si ottiene $2^2 \cdot 3 \cdot 5$. Quindi il minimo comune multiplo è 60. La risposta esatta è (B).

83A54 Se ad ogni generazione la popolazione mondiale si quadruplicasse, partendo da Adamo ed Eva, dopo quante generazioni si arriverebbe a 2048 persone?

Si parte da 2 persone, quindi:

Dopo la 1ª generazione: $2 \cdot 4 = 8$ persone;
dopo la 2ª generazione: $8 \cdot 4 = 32$ persone;
dopo la 3ª generazione: $32 \cdot 4 = 128$ persone;
dopo la 4ª generazione: $124 \cdot 4 = 512$ persone;
dopo la 5ª generazione: $512 \cdot 4 = 2048$ persone.
La risposta esatta è 5, quindi (C).

83A55 L'espressione algebrica $\ell = (2xy - x^2 - y^2) \cdot (y - x)$ si può scrivere...

Si ha: $\ell = 2xy^2 - x^2y - y^3 - 2x^2y + x^3 - y^2x = xy^2 - 3x^2y - y^3 + x^3$.

Le risposte proposte sono:

(A) $x^3 - y^3$
(B) y^3x^3
(C) $-(x+y)^3$
(D) $(x-y)^2$
(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

Naturalmente (A) e (B) sono false. Anche (D) è falsa, perché $(x-y)^2 = x^2 + y^2 - 2xy$ non contiene fattori del tipo x^3 y^3. Inoltre $-(x+y)^3 = -x^3 - y^3 - 3x^2y - 3xy^2 \neq$ $\neq xy^2 - 3x^2y - y^3 + x^3$, e quindi anche (C) è falsa. La risposta esatta è (E).

83A56 Come si scompone l'espressione $\ell = 9a^2 - 4$?

Tenendo conto dell'identità $(A+B) \cdot (A-B) = A^2 - B^2$, e ponendo $A = 3a$, $B = 2$, si ottiene: $\ell = (3a+2) \cdot (3a-2)$, oppure $\ell = (3a-2) \cdot (3a+2)$. La risposta esatta è (A)

83 A58 L'espressione $\ell = \sqrt[2]{3} - \sqrt[3]{3} = \sqrt{3} - \sqrt[3]{3}$ vale...

(A) $\sqrt[6]{3}$

(B) $\sqrt[5]{3^6}$

(C) $\sqrt[6]{3^2}$

(D) $\sqrt{9} - \sqrt[6]{9}$

(E) quesito senza soluzione univoca o corretta

L'espressione ℓ, contenendo il segno "meno" non si può "raccogliere" in modi del tipo (A), (B) o (C), e (D) non si ottiene da ℓ, perché $\sqrt{9} = 3$, anche se $\sqrt[6]{9} = (3^2)^{\frac{1}{6}} = 3^{\frac{2}{6}} = 3^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{3}$. La risposta esatta, quindi, è (E).

83 A59 L'espressione $0/(10^4 \cdot 10^{-6})$ vale....

Per ogni numero reale $a \neq 0$, si ha: $\frac{0}{a} = 0$. Nel nostro caso, $a = 10^4 \cdot 10^{-6} = 10^{4-6} = 10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100} \neq 0$, e quindi il risultato è 0. La risposta esatta è (A).